

TARTU ÜLIKOOL
MATEMAATIKA-INFORMAATIKATEADUSKOND

Matemaatika instituut
Matemaatika eriala

Anne Borkmann

**Reaalelulise matemaatikaõpetuse probleemid ja
lahendusvõimalused**

Bakalaureusetöö (6 EAP)

Juhendaja: Reimo Palm

Autor: “.....” juuni 2014

Juhendaja: “.....” juuni 2014

Lubada kaitsmisele

Professor: “.....” juuni 2014

TARTU 2014

Reaalelulise matemaatikaõpetuse probleemid ja lahendusvõimalused

Bakalaureusetöö

Anne Borkmann

Lühikokkuvõte. Bakalaureusetöö esimeses osas antakse ülevaade probleemidest, mis hetkel reaalelul põhinevate matemaatiliste ülesannete õpetamisel esinevad, tuuakse välja teiste autorite poolt pakutud lahendusi neile, kirjeldatakse realistliku matemaatika-hariduse printsiipe ning PISA testide koostamise põhimõtteid. Töö teises osas tuuakse välja põhimõtted, millest lähtuda matemaatika loengu ülesehitamisel ja reaaleluliste ülesannete koostamisel, kirjeldatakse empiirilise uurimuse läbiviimist, milles uuriti Eesti kõrgkoolide matemaatika õppejõudude seisukohti reaaleluliste ülesannete kasutamisel õppetöös, esitatakse uuringu tulemuste süntees ning tehakse järeldused.

Märksõnad. Reaalelulised matemaatikaülesanded, realistlik matemaatikaharidus, PISA.

Problems in teaching life-like mathematics and the solution for them

Bachelor's thesis

Anne Borkmann

Abstract. The objective of this bachelor's thesis is to give an overview of the problems in teaching life-like mathematics today and describe the principles of Realistic Mathematics Education and PISA. In the second part of this paper the author gives five principles what to base on when composing life-like math problems or building up a lecture, and describes the results and analysis of the survey conducted to research the usage of life-like problems in teaching mathematics in Estonian universities.

Key words. Life-like math problems, Realistic Mathematic Education, PISA.

SISUKORD

SISSEJUHATUS.....	4
1. EELNEVALT UURITUD PÕHIMÕTTED SELLES VALLAS	6
1.1. Matemaatika õpetamisel esinevate probleemide analüüs	6
1.2. Realistliku matemaatikaharidus	15
1.3. PISA	20
2. REAALELULISED ÜLESANDED ÕPETAMISPRAKTIKAS	27
2.1. Reaalelulised seosed klassiruumis	27
2.1.1. Loengu ülesehitus	27
2.1.2. Eluliste näidete koostamine	29
2.2. Uuring, kuidas on olukord praegu kõrgkoolide tasemel	32
KOKKUVÕTE.....	37
KASUTATUD KIRJANDUS	40
LISAD	42

SISSEJUHATUS

Matemaatika on kõikjal meie ümber. See on osa peaaegu kõigest, mida me näeme, isegi kui me seda esialgu ei taju. Selleks, et seda näha, läbitakse mitu aastat matemaatikakursusi, korratakse samu teadmisi, läbitakse keerulisi eksameid, lahendatakse mehaaniliselt ülesandeid ning standardiseeritud teste, kuid tihtipeale on selle aja jooksul õpilaste motivatsioon kadunud. Praeguse traditsioonilise õpetamisviisi juures võib olla raske mõista matemaatika rakendamise võimalusi ning kasulikkust, kuigi selle eesmärk on vastupidine nagu matemaatik Stan Gudder on öelnud: *“The essence of mathematics is not to make simple things complicated, but to make complicated things simple”* („Matemaatika olemus ei ole muuta lihtsad asjad keerliseks vaid keerulised asjad lihtsaks“).

Olles puhta matemaatika bakalaureuseõppe lõpusirgel ning nähes, kuidas kaastudengite arv antud erialal aasta-aastalt väheneb, tekkis töö autoril huvi uurida, milles seisnevad probleemid matemaatika õppimisel ning õpetamisel. Töö teemavalik on ajendatud eelkõige soovist uurida sellist valdkonda, millega autor plaanib tulevikus kokku puutuda – matemaatika õpetamine. Selle töö praktiliseks väärtusena võiks see töö anda õppejõududele ning õpetajatele nii mõtteainet kui ka näpunäiteid, kuidas muuta matemaatika õppimine õpilaste jaoks lihtsamaks ning huvitavamaks.

Töö eesmärk on kokku panna põhimõtted, millest lähtuda reaaleluliste ülesannete koostamisel matemaatikat õpetades. Eesmärgi saavutamiseks on püstitatud järgmised ülesanded:

- kirjeldada matemaatika õpetamisel esinevaid probleeme ja teid nende lahendamiseks
- uurida realistliku matemaatikahariduse printsiipe,
- anda ülevaade PISA raamistiku põhimõtetest,

- viia läbi küsitlus reaaleluliste seoste/näidete kasutamisest matemaatika õpetamisel Eesti kõrgkoolides.

Uurimistöö esimeses osas töötab autor kirjandusega ning teises osas kasutab kvantitatiivset uurimismeetodit. Vajaliku informatsiooni hankimiseks kasutas töö autor veebiküsitlust ning küsimustikku paberkandjal.

Käesolev bakalaureuse lõputöö koosneb kahest peatükist. Esimene peatükk on referatiivset laadi ja selles antakse ülevaade probleemidest, mis hetkel reaalelul põhinevate matemaatiliste ülesannete õpetamisel esinevad, tuuakse välja teiste autorite poolt pakutud lahendusi neile, kirjeldatakse realistliku matemaatikahariduse printsiipe ning PISA testide koostamise põhimõtteid. Töö teise peatüki alguses tuuakse välja põhimõtted, millest võiks lähtuda matemaatika loengu ülesehitusel ja reaaleluliste ülesannete koostamisel ning peatüki lõpus antakse teoreetilise osa illustreerimiseks ka küsitluse tulemuste võrdlus ning analüüs.

1. EELNEVALT UURITUD PÕHIMÕTTED SELLES VALLAS

Paljud inimesed seostavad matemaatikat tüütu arvutamisega, mõttetute algebra-protseduuridega ja võrrandisüsteemide lahendamisega. Tõde on aga see, et matemaatika on kõige võimsam vahend, mis meil on meie maailma uurimiseks ja kirjeldamiseks, kuidas see töötab. Sõna matemaatika tuleb kreekakeelsest sõnast *mathematikos*, mis tähendab „kalduvus õppida“. „Olla matemaatiline“ on otseses mõttes olla uudishimulik, avatud mõtlemisega ja terve elu huvitatud teadmiste omandamisest (Blitzer, 2008: 2).

20. sajandi alguses keskenduti hariduses peamiselt kirjaoskuse omandamisele: lihtne lugemine, kirjutamine ja arvutamine. Hariduse peamine eesmärk ei olnud õpetada inimesi mõtlema ja lugema kriitiliselt, end selgelt ja veenvalt väljendama ega lahendama loodusteaduste ja matemaatika kompleksülesandeid. Nüüd, 21. sajandi alguses, oodatakse kõigilt kõrgema taseme kirjaoskust, et saada edukalt läbi tänapäeva elu keerukuse. Töökohtadel nõutavate oskuste tase on tunduvalt tõusnud, nagu ka vajadus organisatsioonidel ja töötajatel muutuda vastavalt konkurentsivõimeliste töökohtade survele (Brandsford et al, 2004:4). Vajadus kvaliteetse matemaatikahariduse järele kasvab iga päevaga.

Antud peatükis analüüsib autor erinevaid probleeme, mis hetkel matemaatika õpetamisel esinevad, kirjeldab realistliku matemaatikahariduse printsiipe ning PISA testide koostamise põhimõtteid, millest võiks lähtuda ka igapäevaselt matemaatika õpetamisel.

1.1. Matemaatika õpetamisel esinevate probleemide analüüs

Eesti koolimatemaatikas on esimesi vihjeid reaaleluliste matemaatikaülesannete koostamistamisest August Perli 1921. aastal ilmunud õpikus „Arvud elus“. Teose enda

kohta ütles Perli nii: „Käesoleva ülesannete kogu eri- ja tähtsam tundemärk on ülesannete sisu. Sisuliselt peavad ülesanded mitte üksi rehkenduse puhta vormalsetele nõuetele vastama- arvulist materjali omandada, vaid ka mitmekülgset huvi ümbruse vastu äratama, selle läbi mõistuse arenemise, tahtevõimu kindlustamise ja südame harimise abinõuks saades. Ainult reaalsest elust võetud sisuga ülesannetel on see eesmärk kättesaadav.“ (Prinit, 1994: 125). Seega, juba 1921. aastal leidis Perli, et matemaatikat tuleks seostada situatsioonidega, millega õpilased iga päev kokku puutuvad. Sellest hoolimata vaatavad paljud õppematerjalid, õpetajad, õppejõud ja koolid mööda vajadusest luua seoseid reaalelu ning matemaatika vahel. Õpilaste teadmiste testimisele küsitakse järjepidevalt vaid fakte, valemeid, teoreeme ning lahenduskäikude õigsust. Väga vähe pööratakse tähelepanu õpilase enda mõttekäigule, mõttetöö arenemisele ning matemaatika praktilisele kasutamisele. Tiit Lepmann on välja toonud, et Eesti õpilaste jaoks on raskeimad valdkonnad matemaatilise teksti lugemine, loetu mõistmine, tekstis esitatud probleemi/andmete tõlkimine matemaatika keelde, selle lahendamine/kasutamine matemaatikas ning saadud tulemuste taastõlgendamine (Lepmann, 2010: 79). On näha, kuidas õpilaste motivatsioon matemaatika õppimise vastu on madal (Lepmann, 2010: 79) ning sellel on mitmeid põhjuseid. Esimeseks selliseks on asjaolu, et õpetajad ei loo ühendusi päris maailmaga.

Viimase aastakümne jooksul üks häirivamaid asju, mida teadlased on leidnud matemaatiliste ülesannete lahendamise juures, on see, et mõnel juhul õpetatakse koolimatemaatikat nii, et pärast juhendite saamist suhtuvad õpilased matemaatikasse kui puhtalt akadeemilisse teadusharusse, mis on täiesti eraldatud reaaleluliste ülesannete lahendamisest. See fenomen, Schoenfeldi kasutusele võetud mõistena „loogilisuse puudumine“ (*suspension of sense-making*), on maailmas laialdaselt levinud (Fletcher, 2010: 83). Koolides õpetatakse matemaatilisi probleeme lahendama, kasutades kindlaid mustreid. Selle asemel, et aru saada ülesande lahendusest, on õpilastel tihtipeale lihtsam ülesanne ära lahendada järgides etteantud mustreid, mõistmata, miks vastus just selline on.

Hoolimata laialdasest arvamusest, et matemaatikat tuleks klassiruumis siduda reaaleluga, on vähe infot selle kohta, kui palju seda tegelikult ka tehakse. Mõned üksikud uuringud näitavad, et seoste loomine matemaatika õpetamisel on kõvasti alla

haritlaste poolt ettekujutatud taseme (Gainsburg, 2008: 200). Mis teeb igapäeva-matemaatika võimsaks, ei ole objektide konkreetsus või situatsioonide igapäevane realism, vaid vaadeldavate ülesannete taga olev tähendus. Kaasates igapäevaseid tegevusi nagu ostmine, jagamine ja kihlveod, võib aidata õpilastel luua seoseid nende senise kogemuse ja intuitsiooni ning koolis õpitavate teemade vahel, mis aitab kasvatada huvi matemaatika vastu ning teeb selle õppimise lihtsamaks.

Ameerika riiklik matemaatikaõpetajate nõukogu (*The National Council of Teachers of Mathematics*, NCTM) on avaldanud kuus põhimõtet ja kümme standardit, mida matemaatikaõpetajad peaksid klassiruumis jälgima. Nõukogu ütleb nendes, et kõik õpilased peaksid suutma mõista ja kasutada matemaatikat. Ideed matemaatika igapäeva-eluga põimimisest korraldatakse pidevalt NCTM-i standardites ning on selgesõnaliselt taaskord välja toodud Seoste Standardites (*Connection Standard*), mis ütleb, et õpilased peavad olema võimelised ära tundma ning kasutama matemaatikat matemaatika välises kontekstis (Lovejoy, McCoy, 2008: 133). Selletõttu on oluline, et õpetajad kasutaksid reaalelulisi seoseid oma klassiruumis.

Õpetajad peavad töötama õpilastel olemasolevate arusaamadega, looma võimalusi ühendada klassiruumis õpitut õpilase elu teiste aspektidega. Selle asemel, et mõelda õpilasest kui tühjast anumast, mida õpetaja teadmistega täitma peab, tuleb pidevalt aru saada õpilase mõtlemisest, luua klassiruumis ülesanded ja tingimused, milles õpilase mõtlemine saab avaneda. Sel juhul tekib õpilase esialgsete arusaamade baasil mõistmine õpitava teema kohta (Brandsford et al, 2004: 20). Näiteks PISA testi tulemuste tipus oleva Soome ainekava ja õpikuid uurides võib leida sealt palju erinevate valdkondade seostamist. Kui tunni teemaks on lineaarvõrrandid, siis näiteid tuuakse lennundusest muusikani, et seda teemat erinevate huvidega õpilaste jaoks põnevamaks teha. Eestis aga jääb õpe rohkem puhta matemaatika tasemele ja seostamine kaob rutem ära (Kund, 2012). Senise puhta matemaatika asemel tuleb rohkem õpetada elulist ja rakendatavat matemaatikat (Lepmann, 2010: 82).

Teiseks suureks probleemiks on see, et kui matemaatika õpetamisel luuakse seoseid reaalse eluga, siis kuidas seda tehakse. Mõned õpetajad toovad näiteid matemaatika kasutamisest väljaspool kooli, kuid tavaliselt on need toodud kiire vahemärkusena ning ei nõua õpilastelt mingit tegevust või mõtlemist. Õpetajad väärtustavad eelkõige

kontekste, mis nende arvates õpilasi võiks huvitada – kontekste, mis esindavad täiskasvanute igapäevast matemaatika kasutamist. Vähe on näiteid, mis seostuksid erinevate tööaladega. Pole teada, kas see on selle tõttu, et õpetajad ei tea, kuidas teiste erialade inimesed oma töö juures matemaatikat kasutavad, või arvavad nad, et see ei huvitaks õpilasi (Gainsburg, 2008: 215). Kui valitakse reaalelulist ülesannet klassiruumis kasutamiseks, siis õpetajad lähtuvad peamiselt teema olulisusest ja sellest, kui reaalne või tuttav on antud kontekst õpilaste jaoks. Konteksti tähtsus, ülesande autentsus ja konteksti õpetamispotentsiaal on palju vähem olulised. See näitab, et õpetajate peamine eesmärk on edasi anda matemaatilist käsitlust ning õpilaste võime ära tunda ja lahendada päris ülesandeid on madalama prioriteediga (Gainsburg, 2008: 215).

Mitmed matemaatikaõpetajad kasutavad ülesandeid, kus õpitav sisu on pandud igapäevasesse konteksti. Probleem seisneb aga selles, et need „päriselulised ülesanded“ ei ole sugugi päriselulised ning õpilased ei pruugi seeläbi matemaatika kasulikkusest aru saada. Kui õpetajad loovad ühendusi päris maailmaga, siis tihtipeale mitte selle jaoks, et edendada mõtlemist kõrgemal tasemel, vaid meetoodika õpetamiseks (Gainsburg, 2008: 200), ning kui reaalelulisi näiteid tuuakse klassiruumi, siis kiputakse seda tegema kehvalt.

Carraher ja Schliemann ütlevad, et kui päriselulised probleemid tuuakse klassiruumi, siis neile lähenetakse erinevalt sellest, kui lähenetaks väljaspool klassiruumi (Carraher ja Schliemann, 2002: 135). Õpetajad muudavad ülesandeid nii, et neid oleks lihtsam mõista või et nad sobiksid paremini õpitavasse konteksti. Teised õpetajad või õpikud muudavad puhta matemaatika probleeme eluliseks ning seeläbi annavad reaalsusest moonutatud pildi (Lovejoy, McCoy, 2008: 134). Selle tõttu võivad õpilastel tekkida järgmised uskumused, eeldused ja strateegiad (Fauzan, 2002: 51):

- õpilased eeldavad, et iga ülesanne on mõistlik;
- õpilastel ei teki kahtlusi, kas ülesanne on korrektne või täielik;
- õpilased eeldavad, et igal ülesandel on ainult üks õige vastus;
- õpilased kasutavad kõiki ülesandes ette antud arve;
- õpilased usuvad, et kui lahenduskäigu ajal ei teki arvudesse jääke, siis nad on lahendamiseks ilmselt õigel teel;

- kui õpilane ei mõista ülesannet, siis ta otsib võtmesõnu või eelnevalt lahendatud ülesandeid, et leida valem, mida lahendamisel kasutada.

Isegi, kui õpetajad soovivad luua ühendusi õpetatava ning reaalelu vahel, siis on kohustuslikeks õppematerjalideks õpikud, mis on täis fakte, mida õpilased peavad pähe õppima ja enamus kontrolltöid ja teste hindavad õpilase võimekust fake meelde jätta (Brandsford et al, 2004:10). Küll aga võiksid ühenduste loomise vahendiks olla tekstülesanded, kuid need on tüüpiliselt ebareaalse olemusega – numbriliselt „puhtad“, alati lahenduvad, sisaldavad kogu (ja ainult) vajalikku infot, muutes nad kunstlikult koolihinguliseks; need tegelikult õpetavad õpilastele mõtestamise peatamist (Gainsburg, 2008: 200). Väljaspool klassiruumi erinevate matemaatiliste probleemidega kokku puutudes ei pruugi õpilased selle tõttu näha matemaatika kasutamise võimalusi, sest need erinevad mitme aspekti poolest klassiruumis omandatuga. Kasutatavate andmete hulk on palju suurem ning vajalik ei ole vastavalt valemitele välja toodud. Koolis õpivad õpilased erinevaid algoritme, et manipuleerida numbriliste väärtustega, millel ei ole seost füüsiliste hulkadega. Nad loovad selgeid seoseid ülesande kontekstiga alles lõpus, kui nad ühendavad lahenduse küsituga. Seevastu inimesed, kes teevad tööalaselt erinevaid arvutusi, kasutavad matemaatikat kui vahendit, millega saavutada praktilisi eesmärke, mida nad terve lahenduse aja meeles peavad. Tulemusena teavad ülesannete lahendajad tööpostil, kuidas arvutuste teel saadud suurused on seotud esialgse probleemiga (Carraher, Schliemann, 2002: 135), õpilaste jaoks on arvutamine tihtipeale aga mehaaniline tegevus.

Joonisel 1 on toodud näide, kus luuakse seos reaaleluga, kuid ülesanne on suhteliselt kunstliku olemusega. Ülesande vastuse leidmiseks saab kasutada lineaarkongruentside süsteemi lahendamist, kuid reaalses situatsioonis vahemaa leidmiseks oleks kiireimaks lahenduseks mõõta vahemaa mõõdulindi abil, näiteks kaugus viimasest sinisest postist. Seega, hea ülesanne, mida õpilastele lahendada anda, peaks olema autentne selles mõttes, et õpilased näeksid vajadust sellele probleemile lahendust leida. Ülesannete koostamisel tuleks alati lähtuda mõttest „miks peaks keegi tahtma teada vastust antud ülesandele?“ (Wu, 2003: 125).

Jooksuraja äärde on alates stardijoonest paigutatud 3 paralleelset postide rida, mis tähistavad joostud vahemaa kaugusi. Punased postid paiknevad 5-meetrise vahedega, rohelised 7-meetrise vahedega ja valged 9-meetrise vahedega. Sportlane peab 10 sekundi jooksul jooksmas nii kaugele, kui suudab. Aeg sai täis 2 m pärast punast posti, 3 m pärast rohelist ja 3 m enne valget posti. Mitu meetrit jooksja läbis?



Joonis 1. Näide elulisest, kuid ebapraktilisest ülesandest

Õpetajad aga, kes proovivad tuua erinevaid seoseid päris maailmaga, seisavad silmitsi keerulise tasakaalu loomisega: reaalse elu matemaatilisi probleeme ei saa tuua otse klassiruumi, vaid neid tuleb muuta pedagoogilistel ning praktilistel põhjustel. Kuid, kui „reaalsed“ ülesanded muutuvad liiga kaugeks koolivälisest tegevusest, siis need ebaõnnestuvad matemaatika kasulikkuse näitamisel (Gainsburg, 2008: 216). Peamiselt saavad õpetajad reaalelulisi näiteid omaenda peast ja mitmete jaoks on olukord raskendatud allikate, ideede või koolituste vähesuse tõttu.

Tihti peale, kui õpilased ei saa aru etteantud ülesandest, sõnastab õpetaja ülesande ümber. Õpetaja tõlgib ülesande spetsiifilisse matemaatika keelde, mida nad kasutavad klassiruumis, et õpilased saaksid ülesannet lahendada (Lovejoy, McCoy, 2008: 136). Ümbersõnastamisega ei arenda õpetaja aga õpilaste kriitilise mõtlemise oskust, mis aitaks õpilastel tõlgendada ülesandes kasutatud terminoloogiat, et seda kasutada matemaatilise probleemi lahendamiseks. See võib taaskord viia „loogilisuse puudumiseni“ ning reaaleluline näide kaotab oma eesmärgi. Käesoleva töö autor leiab, et kui matemaatika hariduse mõte on arendada õpilaste loogilist mõtlemist, siis ümbersõnastamine kaotab selle ning muudab õpilaste mõtlemise laisaks. Autori arvates

näitab eelnev seda, et õpetajad sooviksid luua rohkem seoseid ning see peaks õpetajate koolitajaid julgustama looma eriprogramme matemaatikaõpetajate jaoks, kuidas ühendada matemaatikat reaalse eluga.

Mitte miski muu ei tundu olevat nii iseenesest mõistetav ja immuunne kriitikale kui utilitaarsus. Paluda koolidel õpetada õpilastele seda, mida nad hiljem elus kasutavad, on vähim, mida hariduselt oodata. Nagu õpilased ise aeg-ajalt ütlevad: „Kui me seda tulevikus ei kasuta, siis miks me peame seda õppima?“

Koolides õpetatakse õpilasi kasutama uusi tehnikaid ja omadusi, mis sugugi ei oleks antud probleemi lahendamiseks parim võimalus. Pidevalt uuenduste tegemine tekitab õpilastest ebamugavust, sest õpetajad tihtipeale liiguvad edasi just siis, kui õpilased on tehnika õigesti selgeks saanud. Kuidas tuleks käituda? Kas õpilased peaksid liikuma edasi järgmise teema juurde alles siis, kui nad on põhjalikult aru saanud kõigest eelnevast või kas õpetaja peaks neid tagant tõukama järgmiste teemade juurde ja laskma neil vaeva näha tulemise nimel? (Carragher, Schliemann, 2002: 135). Töö autor leiab, et on hea lasta õpilastel ise tööd teha teadmiste omandamiseks. Läbi selle ei muutu nad liialt laisaks ning nad teavad, kust ning kuidas leida vajalikku informatsiooni õppimiseks. Kuid samas on ka vale hakata uusi teemasid õppima siis, kui eelnevad teemad on õpilastel veel omandamata. Selliselt käitudes puuduvad õpilastel teadmised ka järgmise teema täielikuks omandamiseks ning puuduvate teadmiste osakaal hakkab kiiresti kasvama. Järelikult tuleb leida tasakaal ning luua võimalusi õpilastele, kes vajavad rohkem abi kui ka rohkem väljakutset.

Õppimine on tihtipeale mõjutatud ka sellest, mis kontekstis see toimub. Kogukonnakeskne (*community-centered*) lähenemisviis nõuab normide arendamist klassiruumis ja koolis, samuti ühenduse loomist klassivälise maailmaga, mis toetavad põhilisi õppimise eesmärgi. Klassiruumis tekkinud normid mõjutavad tugevalt õpilaste edukust. Mõnes koolis võib normiks olla „ära jää vahele millegi mitte teadmisega“. Samas teised koolid julgustavad riski võtmist ja võimalusi vigade tegemiseks, tagasiside saamist ning vigadest õppimist. Kui tahetakse, et õpilased jagaksid oma eelteadmisi aine kohta, küsiks küsimusi ja näitaksid oma progressi arusaamise suunas, siis peavad kooli normid seda toetama (Brandsford *et al.*, 2004: 25).

Selleks, et luua teadmistekeskne keskkond klassiruumis, tuleb pöörata tähelepanu sellele, mida õpetatakse (informatsioon, aine sisu), miks õpetatakse (arusaamine) ja milline näeb välja pädevus ja meisterlikkus antud teemal (Brandsford *et al.*, 2004: 24). Õpetajad peavad looma sellise õppekeskkonna klassisiseste tegevustega ning aitama õpilastel organiseerida oma tööd nii, et see soodustaks intellektuaalse ühtsuse tekkimist. Ühtses keskkonnas aitavad õpilased teineteist probleemide korral, kasvatades teineteise teadmisi, küsides selgitavaid küsimusi ning pakkudes erinevaid lähenemisi, mis aitaksid klassil liikuda eesmärgile lähemale (Brandsford jt., 2004: 25). Näiteks Jaapanis, mille tulemused PISA testides (vt pt 1.3) on igas valdkonnas olnud alati märkimisväärselt head, peetakse õppimisel oluliseks õpilaste kaasamist. Pea iga koolitund algab praktilise ülesande lahendamisega, millest võtavad osa kõik klassi õpilased (vt näide 1). Antud näitest on näha, kuidas Jaapani koolides pööratakse väga palju tähelepanu sellele, et kõik õpilased mõtleksid kaasa, saaksid omavahel lahenduskäiku ja tulemusi arutada, ning matemaatikat seostatakse otseselt reaaleluliste probleemide lahendamisega, mitte faktide ning valemite ritta seadmisega.

Läbi omavahelise suhtluse arenevad õpilastel ka metakognitiivsed oskused, mille õpetamine peaks olema loomulik osa klassiruumi tegevusest, sest metakognitsioon võib tihti peale võtta sisemise dialoogi kuju (Brandsford jt., 2004: 18). Metakognitiivseid oskusi peetakse enam arenenud ja kaasaegseteks õpivõteteks, milles õppija ise aktiivselt ja enese kognitiivsetest protsessidest teadlikult oma õppimist suunab ja probleemidele lahendusi otsib, samas kui traditsioonilises õpikäsitluses on õpilane vaid õpetaja edastatud info ja faktide mehhaanilise äraõppija ning reprodutseerija rollis. PISA 2009 näitas, et edukad on need õpilased, koolid ning riigid, kus nn traditsiooniline mälule ja kordamisele rajanev õppimine on asendunud metakognitiivse lähenemisega (Mikk jt., 2012: 6). Kui õpetaja ei rõhuta selle olulisust, siis paljud õpilased ei pruugi tajuda selle mõju nende õppimisele. Metakognitiivse juhendamise ja õppimise ühendamine võib kasvatada õpilase edukust ning võimekust õppida iseseisvalt (Brandsford jt., 2004: 18).

Harold Stevenson ja Jim Stigler kirjeldavad oma raamatus „The Learning Gap“ (1991) Jaapani kooli viienda klassi matemaatika tunni algust:

Õpetaja astub klassiruumi, hoides käes suurt paberkotti, mis on täis kõlisevaid klaasist esemeid. Asju kotist välja võttes saab ta õpilaste vankumatu tähelepanu. Ta tõmbab välja vaasi ja kannu, ta võtab välja õllepudeli, mille peale õpilased ehmatavad ja hakkavad naerma. Kui kõik kuus eset on kotist välja võetud, esitab ta klassile küsimuse: „Huvitav, millisesse nendest kuuest esemest mahub kõige rohkem vett?“

Ülejäänud klass on pühendunud küsimuse vastamisele. Üheskoos otsustatakse, et ainuke võimalus vastuse leidmiseks on anumate veega täitmine. Nad valavad kõik anumad vett täis ning õpetaja küsib, mida nad järgmisena peaksid tegema. Lõpuks otsustavad õpilased, et nad peaksid leidma väiksema anuma ning mõõtma, mitu väikese anuma täit vett mahub igasse nõusse. Valitakse joogikruus. Õpetaja jagab klassi väiksemateks rühmadeks ning iga rühm mõõdab mitu väiksema anuma täit vett mahub igasse nõusse ning nad panevad tulemused kirja. Õpetaja kirjutab tahvlile tulemused üles tulpadena, mis moodustavad lõpuks tulpdiagrammi.

Stevenson ja Stigler ütlevad:

Tund algab peaaegu alati praktilise probleemi lahendamisega. Ei ole ebatavaline, kui õpetaja ehitab terve tunni üles ümber ühe probleemi lahendamise. Õpetaja juhib õpilaste tähelepanu sellele, mis on teada, mis ei ole teada ning mida on tarvis teada. Õpetaja proovib aru saada, kas kõik õpilased mõistavad probleemi sisu ja isegi lahenduse käiku ning kas nad on kaasatud lahendamisse. Tunni lõppedes kordab õpetaja üle, mida nad õppisid ning seob tulemused järgmises tunnis õpitavaga.

Näide 1. Tähelepanu kaasamine Jaapani klassiruumis. (Allikas: *Lessons from PISA for the United States*)

Õpilase progress uue aine vallas on hästi kirjeldatav uue füüsilise keskkonna avastamise metafoori kaudu. Kui satud uude keskkonda (kolid sinna või külastad seda), siis tavaliselt toetud teistele inimestele, et nad tooksid välja olulised faktid. Sa pead teadma, kui suures laastus sa saad teistele loota. Kui sul on piiramatult aega, siis sa võid antud keskkonna iseärasusi ise uurida. Kui sul on näiteks kohtumine ja sa pead jõudma oma sihtkohta, siis sa tahad, et teised ütleksid sulle, kuidas sinna kõige otsemat teed pidi jõuda. Viimasel juhul sa loomulikult ei õpi selle keskkonna kohta väga palju – lihtsalt tead, kuidas jõuda punktist A punkti B.

Paljudel juhtudel õpetatakse õpilastele ainult „teekonna teadmisi“ ning unustatakse ära palju kasulikumat „seoste teadmist“. Õpilased viiakse uude keskkonda ning neile antakse juhised, kuidas saada „siit“ „sinna“, aga neile ei anta aega, et ümbruskonnaga tutvuda. Nii tehes ei õpi nad vajalikke seoseid, mida antud keskkonnas tarvis on, vaid ainult teekonna teadmisi, mida giid (õpetaja) neile ütleb. Oletame, et me viime õpilased ratsionaalarvude keskkonda ja hindame nende teadmisi selle kohta. Kas me tahame, et neil oleksid täielikud teadmised või ainult mõned üksikud, et nendega hakkama saada? Kas neil on võimalus vabalt avastada seda keskkonda või ainult kindel tee, mida mööda minna? Kas nad saavad valida oma enda kiiruse avastamiseks või on neil rangelt juhitud retk? Peaaegu kõik ilmselt nõustuvad, et esimene variant nendes küsimustes on ahvatlevam, kuid pea iga juhend ja hindamine sihib teise variandi poole. Järelikult, me peame üle vaatama a) keskkonna enda, b) õpilaste liikumise selles ja c) õpetaja kui giidi rolli pilguga, kuidas me soovime, et õpilastele tutvustatakse ja nad õpiksid navigeerimist selles vallas (Marshall 1993: 263).

Hariduse eesmärk on paremini täidetud, kui aidata tudengitel arendada nende mõtlemisoskust ja õpistrateegiaid, mida on tarvis teadmiste omandamiseks. Põhilised teadmised ainete kohta ja oskus, kuidas märgata ja küsida tähtsaid küsimusi, arendavad õpilaste arusaama õppimise printsiipide kohta. See aitab neil kasvada isetoimivateks elukestvateks õppijateks (Brandsford jt., 2004: 5).

1.2. Realistliku matemaatikaharidus

Freudenthali instituut (FI) Utrechti ülikoolis loodi 1971. aastal vastusena vajadusele täiustada matemaatika õpetamist Hollandi koolides. See tõi kaasa teadustöö strateegia ja matemaatilise pedagoogika väljakujunemise – realistliku matemaatikahariduse (*Realistic Mathematics Education*, RME), mida kasutatakse nüüd kõikjal Hollandis. (Dickinson ja Hough, 2012: 4).

RME on Hollandi matemaatiku Hans Freudenthali visioon matemaatikast. Tema sõnade kohaselt peab matemaatika olema ühendatud reaalsusega, olema õpilastele lähedane ning ühiskonnale oluline, et olla osa inimlikust väärtusest. Selle asemel, et näha matemaatikat kui õppeainet, mida tuleb õpilastele lihtsalt edastada, rõhutas Freudenthal

ideed matemaatikast kui inimlikust tegevusest. Haridus peaks andma õpilastele „juhendatud“ võimaluse „taasluua“ matemaatikat. See tähendab, et matemaatika-hariduse fookus ei tohiks olla matemaatikal kui suletud süsteemil, vaid matemati-seerimise protsessil (Heuvel-Panhuizen, 2001: 3).

1991. aastal hakkas Winsconsini Ülikool (USA) koostöös Freudenthali Instituudiga arendama RME-l põhinevat matemaatika õpetamise käsitlust Matemaatika Kontekstis (*Mathematics in Context*). Esialgsed materjalid koostati FI koosseisu poolt 20 aasta õppekavaarendamise kogemuse põhjal. Winsconsini Ülikooli personal katsetas ning muutis koostatud õppekava viie aasta jooksul. Esimene versioon Matemaatikast Kontekstis avaldati 1996. aastal ning see on alates sellest läbinud mitmeid taasläbivaatamisi. Õpetajatele mõeldud materjal koos õpilaste raamatutega varustab õpetajaid iga temaga seotud probleemi ulatusliku analüüsiga ning pakub neile teadmisi õpetamise ning õppimise trajektoore kohta (Dickinson ja Hough, 2012: 4).

Hollandlaste töö edukust näitab see, et Hollandit peetakse pärast RME kasutuselevõttu üheks kõrgeimate matemaatikatumetustega riigiks maailmas ning Matemaatika Kontekstis on tõstnud tunduvalt Ameerika Ühendriikide õpilaste edukust matemaatikas (Dickinson ja Hough, 2012: 4; Heuvel-Panhuizen, 2001: 3).

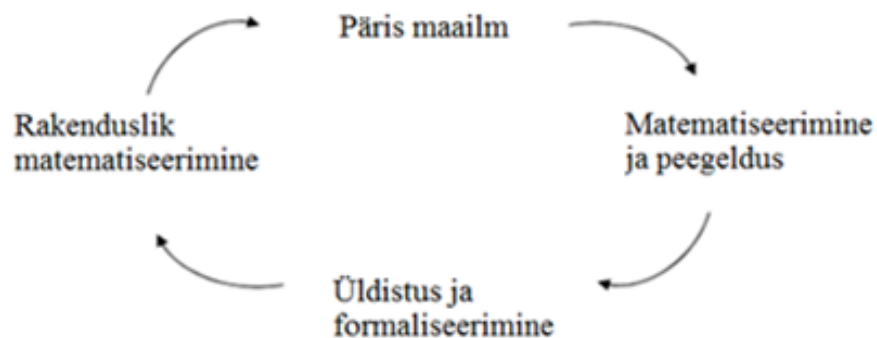
Põhjus, miks hollandlased matemaatika reformi nimetasid „realistlikuks“, ei seisne ainult selle seostel päris maailmaga, vaid on seotud rõhutamisega, et RME pakub õpilastele ülesandesituatsioone, mida nad suudavad ette kujutada. Seega ülesanded, mis õpilastele antakse, võivad olla päris-elulisest kontekstist, aga see ei ole alati vajalik. Muinasjuttude maailm või isegi ametlik matemaatika maailm võivad olla väga sobivad ülesannete kontekstid, seni kuni need on reaalselt tajutavad õpilaste peas (Heuvel-Panhuizen, 2001: 3).

RME põhijooned on järgmised (<http://www.mei.org.uk/?page=rme>):

- 1) Reaalsete situatsioonide kasutamine matemaatikaoskuste arendamisel
- 2) Põhjalikult läbitöötatud tegevused julgustavad õpilasi liikuma mitteametlikult ametlikuma esituse poole.
- 3) Väiksem rõhk algoritmidel, suurem mõtestamisel
- 4) Juhendatud „taasavastamise“ kasutamine
- 5) Liikumist „ametlike“ ideede poole vaadatakse kui pikaajalist protsessi.

RME lähtub kolmest juhtivast heuristikast. Esimeseks on matemaatika taasleiutamine läbi matematiseerimise protsessi. Realistliku lähenemisviisiga nähakse matemaatikat kui tegevust, kus matemaatika õppimine tähendab „matemaatika tegemist“ (*doing mathematics*), kus igapäevaste ülesannete lahendamine on oluline osa. Freudenthal nimetas RME-s kasutatavat tegevust matematiseerimiseks. Ta pidas seda oluliseks osaks matemaatika hariduses kahel põhjusel. Esiteks, matematiseerimine ei ole ainult peamine asi, mida matemaatikud teevad, vaid see tutvustab õpilastele ka matemaatilist lähenemist igapäevasisituatsioonidele. Näiteks kontekstipõhised ülesanded nõuavad matemaatilist mõtlemist, matemaatilise lähenemise võimaluste ja piiride tajumist, teadmist, milline lähenemine on õige ja millal see on vale. See ei tohiks olla alguspunkt matemaatika õpetamisel, nagu see on paljudel juhtudel praegu, vaid peaks olema see, kuhu tuleks jõuda. Freudenthal ütles, et aksioomidest alustamine on antididaktiline inversioon, sest viis, kuidas matemaatikud oma tulemusteni jõuavad, on vastupidine. Seoses sellega soovitas Freudenthal, et matemaatika haridus peab olema organiseeritud kui juhitud taasleiutamise protsess, kus õpilased saavad kogeda sarnaseid protsesse nagu matemaatikud, kes jõudsid oma tulemusteni (Fauzan, 2002: 34).

Joonis 2 kirjeldab kontseptuaalse matematiseerimise protsessi RME-s. See joonis selgitab meile ka seda, miks reaalne kontekst alguspunktina matemaatika õppimisel on väga oluline. Matemaatiliste kontseptsioonide ning ideede arendamine algab reaalsest maailmast ja lõpuks me peegeldame tulemused tagasi reaalsesse maailma. Seega, mida me matemaatika hariduse puhul tegema peame, on see, et me võtame faktid päris maailmast, matematiseerime nad ning viime tagasi ellu. Kogu see protsess on kontseptuaalne matematiseerimine (Fauzan, 2002: 35).



Joonis 2. Kontseptuaalne matematiseerimine (Allikas: Heuvel-Panhuizen, 2001: 4)

Kuna matematiseerimise protsessi juures on väga oluline arendada õpilaste mõtlemist, siis on vajalik alustada seda protsessi matematiseerides neid kontekstipõhiseid probleeme, mis tulevad otse õpilaste igapäevaelust. Seda tehes on õpilastel võimalus lahendada kontekstipõhiseid ülesandeid kasutades kõnekeelt. Seda protsessi nimetatakse horisontaalseks matematiseerimiseks. Pikemas perspektiivis, kui õpilased on kogenud sarnast protsessi läbi lihtsustamise ning formaliseerimise, muutub kõnekeel ametlikumaks või standardiseeritumaks keeleks. Matemaatiliste probleemide matematiseerimist nimetatakse aga vertikaalseks matematiseerimiseks. Seega, elulisest maailmast sümbolite maailma liikumine on horisontaalne matematiseerimine, aga kui sümboleid vormitakse, nendega manipuleeritakse mehaaniliselt, on tegu vertikaalse matematiseerimisega (Fauzan, 2002: 39).

Realistliku lähenemise puhul kasutatakse pikaajalise õppimisprotsessi alusena nii horisontaalset kui ka vertikaalset matematiseerimist. Selle puhul alustavad õpilased kontekstipõhiste ülesannetega, isikupäraste, mitteametlike teadmiste ning strateegiatega. Seejärel kontekstipõhiseid probleeme (horisontaalselt) ning lahenduskäike matematiseerides (vertikaalselt) konstrueerivad nad matemaatilisi teadmisi. Traditsioonilise õpetamisviisi juures kasutatakse üldjuhul vaid vertikaalset matematiseerimist (Fauzan, 2002: 41).

Teiseks RME printsiibiks on didaktiline fenomenoloogia. Freudenthal defineerib didaktilise fenomenoloogia matemaatilist mõistet esindava nähtuse ning mõiste enda vahelise suhtena. Selles fenomenoloogias on fookus sellel, kuidas matemaatiline

interpretatsioon muudab nähtuse kättesaadavaks arutlemistele ning arvutustele. Didaktiline fenomenoloogia pakub võimalusi, kuidas ära tunda võimalikke õppetegevusi, mis toetavad nii individuaalset kui ka üle-klassilist diskussiooni, kus õpilased on kaasatud matematiseerimise protsessi (Kwon, 2002: 161).

RME kolmandaks heuristikaks on enda arendatud mudelid. See printsiip mängib olulist rolli silla ehitamisel formuleerimata ning formuleeritud teadmiste vahel. Alguses loovad õpilased mudeli, mis on neile tuttav. Hiljem, pärast üldistamist ning vormistamist, muutub see mudel iseseisvaks üksuseks. Selle asemel, et matemaatilised mudelid illustreeriks matemaatikat eksperdi vaatevinklist, toetavad need õpilaste arusaamu matemaatikast nende enda perspektiivist (Fauzan, 2002: 42).

Tähelepanuväärne erinevus RME ja traditsioonilise lähenemise vahel on mehaanilise, protseduurile fokuseeritud õpetamisviisi väljapraakimine, kus õpetatav on jagatud ebaoluliselt väikesteks osadeks ja õpilastele antakse kindlad lahendamise viisid, et nad oskaksid lahendada ülesandeid ning teha seda tihtipeale üksinda. RME puhul selle asemel, et õpilased on „valmis mõeldud“ matemaatika vastuvõtjad, peetakse neid aktiivseteks osalisteks õpetamise-õppimise protsessis, mille käigus nad arendavad matemaatilisi töövahendeid (*mathematical tools*) ja taiplikkust. Oluline osa RME juures on ka see, et õpilastele antakse võimalus jagada oma kogemusi ja teadmisi ka teistega (Heuvel-Panhuizen, 2001: 4).

Põhiline erinevus traditsioonilise/mehaanilise õpetamismeetodi ning RME vahel on see, et traditsiooniline viis kasutab ülesandeid, mis sisaldavad puhtalt arve. Kui traditsioonilise käsitluse puhul kasutatakse kontekstipõhiseid ülesandeid, siis tavaliselt õppimisprotsessi järelalusena. Kontekstiprobleeme lahendades saavad õpilased kasutada varem õpitut puhtas vormis. RME puhul on kontekstipõhised ülesanded õppimisprotsessi allikateks. Teisisõnu, RME-s kasutatakse kontekstiülesandeid ja elulisi situatsioone, et moodustada ja kasutada matemaatika mõisteid. Nende kallal töötades arendavad õpilased matemaatilisi vahendeid ning arusaamist. Esialgu nad arendavad strateegiaid, mis on kontekstiga tihedalt seotud. Hiljem muutuvad kindlad aspektid konteksti situatsioonis üldisemaks, mis tähendab, et need saavad rohkem või vähem matemaatilise mudeli kuju ning annavad tuge teistele seotud ülesannetele. Lõpuks annavad mudelid õpilastele rohkem tuge formaalsete matemaatiliste teadmiseni jõudes.

Tulemusena ei ole neil enam „mudel millestki“ vaid „mudel millekski“ (Heuvel-Panhuizen, 2001: 4).

1.3. PISA

PISA (*Programme for International Student Assessment*) on Majandusliku Koostöö ja Arengu Organisatsiooni (*Organisation for Economic Co-operation and Development*, OECD) poolt koordineeritav rahvusvaheline õpilaste lugemisoscuse, matemaatika ja loodusainete õpitulemuslikkuse hindamisprogramm, mis püüab leida vastused küsimustele (Rahvusvahelised haridusuuringud. PISA):

- 1) Kas õpilased on tuleviku väljakutseteks hästi ette valmistatud? Kas nende pädevus võimaldab tulevikus edukalt toime tulla, tegutseda nii majanduse kui ka ühiskonna loovliikmena?
- 2) Kas nad on võimelised tõhusalt analüüsima, põhjendama ja suhtlema? Näiteks, kas nad oskavad teha valuutavahetuse arvutust, lugeda ja tõlgendada graafikuid ning tabelleid ajalehtedes?
- 3) Kas õpilase tulemus sõltub sellest, millises koolis ta on käinud ja millises peres ta on üles kasvanud?

PISA matemaatikaraamistik on loodud grupi matemaatikahariduse ekspertide poolt professor Jan de Lange juhendamisel. Matemaatika ekspertide grupi (*mathematics expert group*, MEG) liikmed tõid programmi oma nägemused ning pikaajalised kogemused matemaatikaharidusest nii rahvusvahelisel kui ka riiklikul tasemel (Wu, 2005: 122). PISA uuringut viiakse läbi iga kolme aasta järel alates aastast 2000. Selles uuringus on vaatluse all õpilased vanuses 15 eluaastat. 2003. aastal oli uuringu põhirõhk matemaatikal, 2006. aastal loodusainetel, 2009. aastal lugemisoscusel ning 2012. aastal taaskord matemaatikal. Eesti on uuringus osalenud 2006. aastast.

PISA matemaatikaraamistiku teke on MEG-i pingutuste tulemus kooskõlastatuna osavõtivate riikide ja regioonidega matemaatikahariduse suuna võtmisel. Sellest vaatevinklist vaadatuna erineb PISA ülesehitus rahvusvahelisest matemaatika ja loodusainete võrdlusuuringust TIMSS (*Trends in International Mathematics and Science Study*, TIMSS) selle poolest, et PISA ei põhine õppekaval, vaid ekspertide

arvamusel. Esialgu hindavad eksperdid eri matemaatika valdkondade olulisust reaalelus ning seejärel kirjeldavad probleemide lahendamiseks vajalikke teadmisi ning oskusi. TIMSS aga lähtub õppekavas olevatest teemadest ning koostab nende põhjal ülesanded, kus neid teadmisi rakendada. Seega on PISA koostatud „ülevalt alla“, mitte „alt üles“ vaataval põhimõttel, millega proovitakse kindlaks teha, et testitavad matemaatikaoskused hindavad õpilaste võimeid kasutada matemaatikat reaalelus (Wu, 2005: 122). Selle tõttu omavad erilise koha PISA uuringus mõisted *loodusteadlik* ja *matemaatiline kirjaoskus* ning *funktsionaalne lugemisoskus* (Lepmann, 2009: 65).

Matemaatilise kirjaoskuse all mõistetakse PISA 2012 uuringus inimese võimet formuleerida, rakendada ja tõlgendada matemaatikat mitmesugustes kontekstides. See sisaldab matemaatiliselt arutlemist ning matemaatiliste mõistete, meetodite, faktide ja abivahendite kasutamist nähtuste kirjeldamiseks, seletamiseks ja ennustamiseks. Ta aitab inimesel tajuda rolli, mida matemaatika maailmas mängib, ning teha põhjendatud järeldusi ja otsuseid, nagu seda oodatakse konstruktiivselt, aktiivselt ja mõtlevalt kodanikult (PISA, 2012: 4).

Matemaatilise kirjaoskuse definitsiooni sõnastuse fookus on aktiivsel suhtel matemaatikaga, hõlmates matemaatiliselt arutlemist ning matemaatiliste mõistete, meetodite, faktide ja abivahendite kasutamist nähtuste kirjeldamiseks, seletamiseks ja ennustamiseks. Seejuures viitavad tegusõnad 'formuleerida', 'rakendada' ja 'tõlgendada' kolmele protsessile, millesse õpilased aktiivsete probleemilahendajatena haaratud on.

Matemaatilise kirjaoskuse definitsioonis kasutatud matemaatika *formuleerimine* sisaldab matemaatika rakendusvõimaluste äratundmist – nägemist, et matemaatikat võib kasutada antud probleemist arusaamiseks või selle lahendamiseks. Ta kätkeb võimet võtta esitatud olukord ning teisendada see matemaatiliseks käsitluseks sobivale kujule, määrares kindlaks matemaatilise struktuuri ja esitusviisid, tuvastades muutujad ja tehes lihtsustavad eeldused probleemile juurdepääsemiseks või ülesande lahendamiseks.

Matemaatika *rakendamine* sisaldab matemaatilist arutlemist ning matemaatiliste mõistete, meetodite, faktide ja abivahendite kasutamist matemaatilise lahenduseni jõudmiseks. Ta haarab arvutuste tegemist, algebraliste avaldiste, võrrandite või muude

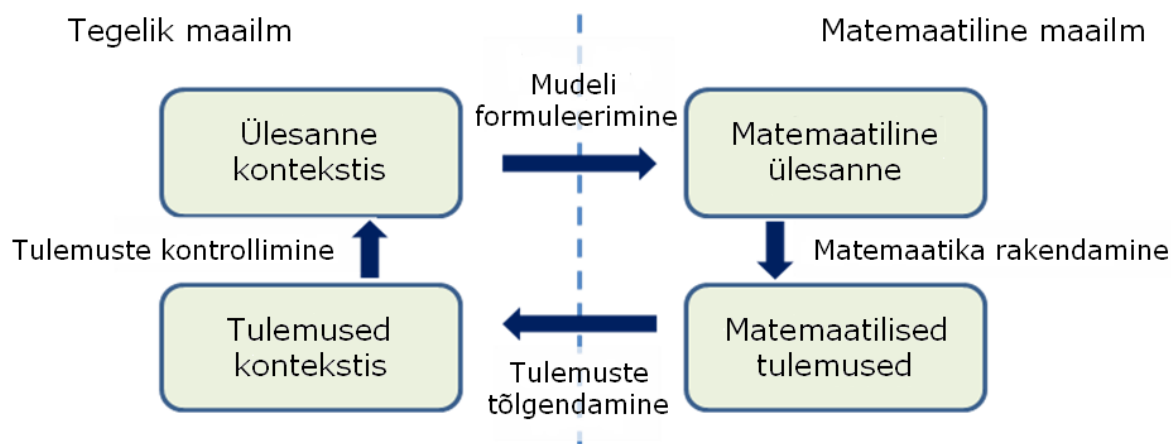
matemaatiliste mudelite teisendamist, matemaatilistel diagrammidel ja graafikutel oleva informatsiooni analüüsimist, matemaatiliste kirjelduste ja seletuste loomist ning matemaatiliste abivahendite kasutamist ülesannete lahendamiseks.

Matemaatika *tõlgendamine* sisaldab matemaatilise lahenduse või tulemuse üle järelemõtlemist ning selle tõlgendamist ülesande kontekstis. Ta haarab matemaatilise lahenduse või arutluse hindamist seoses ülesande kontekstiga ja leidmist, kas tulemused on antud olukorras mõistlikud ning mõttekad (PISA, 2012: 4).

Definitsiooni sõnastus integreerib matemaatilise kirjaoskuse definitsiooni koosseisu ka matemaatilise modelleerimise mõiste, mis on ajalooliselt olnud PISA matemaatikaraamistiku nurgakivi. Kui inimene kasutab kontekstis antud ülesande lahendamiseks matemaatikat või matemaatilisi vahendeid, läbib ta töö käigus rea etappe, nagu näidatud joonisel 3. Matemaatilise modelleerimise protsess algab 'ülesandega kontekstis'. Ülesande lahendaja püüab kindlaks teha ülesande olukorras asjakohase matemaatika ning *formuleerida* olukorra matemaatiliselt vastavalt kindlaks tehtud mõistetele ja seostele ning lihtsustavatele eeldustele. Ülesande lahendaja teisendab seega 'ülesande kontekstis' matemaatilisele käsitlusele alluvaks 'matemaatiliseks ülesandeks'. Joonisel 3 allapoole näitav nool kujutab ülesande lahendaja tegevust, kui ta *rakendab* matemaatilisi mõisteid, meetodeid, fakte ja abivahendeid 'matemaatiliste tulemuste' saamiseks. See etapp sisaldab tüüpiliselt matemaatilist arutlemist, töötlemist, teisendamist ja arvutamist. Edasi on vaja 'matemaatilisi tulemusi' *tõlgendada* esialgse ülesande terminites ('tulemused kontekstis'). See haarab matemaatiliste tulemuste ja nende mõistlikkuse hindamist, rakendamist ja tõlgendamist tegeliku elu ülesande kontekstis. Matemaatika *formuleerimise*, *rakendamise* ja *tõlgendamise* protsess on matemaatilise modelleerimise tsükli ning samuti matemaatilise kirjaoskuse definitsiooni võtmekomponendid (PISA, 2012: 4).

PISA matemaatikaraamistik defineerib PISA uuringu jaoks matemaatika ainevalla ja kirjeldab lähenemist 15-aastaste matemaatilise kirjaoskuse testimisele. See tähendab, PISA testib oskuslikkust, kuidas 15-aastased õpilased suudavad matemaatikaga ümber käia mitmesugustes olukordades ja ülesannetes, millest enamus on esitatud tegeliku elu kontekstides.

Matemaatiline kirjaoskus praktikas



Joonis 3. Matemaatiline kirjaoskus praktikas (Allikas: PISA 2012 matemaatika-raamistik)

Matemaatilise kirjaoskuse testimise jaoks matemaatika ainevald määramisel on valitud struktuur, mis on välja kasvanud matemaatika ajaloolisest arengust, on piisavalt mitmekesine ja sügav matemaatika põhiolomuse avamiseks ning esitab või sisaldab aktsepteeritaval viisil tavapäraseid matemaatikavaldkondi. Ajalooliselt, seoses matemaatilise analüüsi väljatöötamisega 17. sajandil, muutus matemaatika teaduseks, kus on läbi põimunud arvude, kujundite, muutumise ja seoste uurimine; 19. ja 20. sajandil hakkas probleemide lahendamisel abiks olema selliste nähtuste nagu juhuslikkuse ja määramatuse analüüs. Seepärast on PISA 2012 raamistiku jaoks välja valitud neli *sisukategooriat*, mis peegeldavad põhilisi matemaatilisi nähtusi ning on kooskõlas eelmistes PISA uuringutes kasutatud kategooriatega. Nendeks neljaks kategooriaks on:

- Muutumine ja seosed
- Ruum ja kuju
- Kogus
- Määramatus

Muutumine ja seosed tulevad ilmsiks selliste mitmekesiste nähtuste puhul nagu organismide kasvamine, muusika, aastaegade vaheldumine, ilmapuud, tööhõive

määrad ning majandusseisundid. Muutumisnähtuste kirjeldamisel, modelleerimisel ja tõlgendamisel on kesksed sellised traditsioonilise matemaatilise sisu aspektid nagu funktsioonid ja algebra, sealhulgas algebralised avaldised, võrrandid ja võrratused, tabel- ja graafilised esitused.

Ruum ja kuju haarab laia valikut nähtusi, mida kohtab meie visuaalses maailmas igal pool: mustrid, objektide omadused, asukohad ja orientatsioonid, objektide esitused, visuaalse informatsiooni dekodeerimine ja kodeerimine, navigeerimine ning dünaamiline opereerimine reaalsete kujundite ja nende esitustega. PISA eeldab, et matemaatilise kirjaoskuseks kategoorias *Ruum ja kuju* on olulised teatavad põhilised mõisted, oskused ja arusaamad. Matemaatiline kirjaoskus kategoorias *Ruum ja kuju* sisaldab selliseid tegevusi, nagu perspektiivist arusaamine, näiteks maalide puhul, kaartide koostamine ja lugemine, tehniliste vahendite abil kujundite teisendamine, kolmemõõtmeliste stseenide mitmesuguste perspektiivvaadete tõlgendamine ning kujundite esituste konstrueerimine.

Koguse mõiste on arvatavasti kõige valdavam ja olulisem matemaatiline aspekt maailmaga suhtlemisel ja selles tegutsemisel. See haarab maailmas esinevate objektide, seoste, olukordade ja entiteetide atribuutide koguse määramist, koguse mitmesugustest esitustest arusaamist ning kogusel põhinevate tõlgenduste ja argumentide hindamist. Koguse määramine nõuab arusaamist mõõtmisest, loendamisest, ühikutest, indikaatoritest, suhtelisest suurusest ning arvulistest trendidest ja seaduspärasustest. Matemaatilise kirjaoskuse põhisisu kategoorias *Kogus* on kvantitatiivse arutlemise aspektid, nagu näiteks arvutaju, arvude erinevad esitused, arvutuste elegantsus, peastarvutamine, hindamine ning tulemuste mõistlikkuse üle otsustamine.

Teaduses, tehnikas ja igapäevaelus on määramatus antud suurus. *Määramatus* on seetõttu nähtus, mis asub paljude probleemolukordade matemaatilise analüüsi südames, ning tema käsitlemiseks on välja arendatud tõenäosusteooria ja statistika ning andmete esitamise ja kirjeldamise tehnikad. See sisukategooria hõlmab protsesside muutlikkusest arusaamist, selle muutlikkuse koguse määramise ja seletamise taju, mõõtmiste määramatuse ja mõõtmisvigade arvestamist ning teadmisi juhuslikkusest. Ta hõlmab ka järelduste tegemist, tõlgendamist ja hindamist olukordades, kus määramatus on kesksel

kohal. Andmete esitamine ja tõlgendamine on samuti selle kategooria põhimõisted (PISA, 2012: 7-9).

Matemaatilise kirjaoskuse oluline aspekt on see, et matemaatika abil lahendatakse ülesannet, mis on püstitatud mingis kontekstis. Kontekst on inimese maailma, milles asuvad ülesanded, aspekt. Sobivate matemaatiliste strateegiate ja esituste valik sõltub sageli kontekstist, milles ülesanne kerkib. PISA uuringu jaoks on oluline kontekstide lai mitmekesisus. See annab võimaluse seostuda kõige laiemal isiklike huvide ja olukordade skaalaga, milles inimesed 21. sajandil tegutsevad. Seega on PISA 2012 matemaatikaraamistiku jaoks defineeritud neli kontekstikategooriat:

- 1) *Isiklik*. Isiklikus kontekstis püstitatud ülesanded keskenduvad inimese enda, tema perekonna või sõpruskonna tegevustele ning ülesande olukorra otsese isikliku tähtsuse tajumisele. Kontekstide liigid, mida võib lugeda isiklikuks, on näiteks need, mis sisaldavad toiduvalmistamist, poes käimist, mängu, isiklikku tervist, isiklikku transporti, sporti, reisimist, isiklikku planeerimist ja isiklike rahaasju.
- 2) *Kutsealane*. Kutsealases kontekstis püstitatud ülesanded keskenduvad töömaailmale. Kutsealaseks liigitatud küsimused võivad haarata selliseid teemasid nagu mõõtmine, kuluarvestus, ehitusmaterjalide tellimine, palgaarvestus/raamatupidamine, kvaliteedikontroll, kalenderplaanimine/inventeerimine, disain/arhitektuur ning tööga seotud otsuste tegemine.
- 3) *Ühiskondlik*. Ühiskondlikus kontekstis püstitatud ülesanded keskenduvad inimese kogukonnale. Nad võivad sisaldada selliseid teemasid nagu hääletussüsteemid, ühistransport, valitsus, avalik poliitika, demograafia, reklaam, riiklik statistika ja majandus.
- 4) *Teaduslik*. Teaduslikus kontekstis püstitatud ülesanded seostuvad matemaatika rakendamisega looduslikus maailmas või teaduses ja tehnikas. Kontekstid võivad haarata selliseid valdkondi nagu ilm või kliima, ökoloogia, meditsiin, kosmoseteadus, geneetika ja mõõtmine.

Nagu eelnevast näha, on PISA teinud rahvusvahelisel tasandil olulised sammud matemaatilise kirjaoskuse arendamiseks ning matemaatika ühendamiseks reaaleluga. Sellest hoolimata ei ole endiselt PISA innovaatilised ideed riikide/regioonide poolt

omaks võetud (Wu, 2005: 136). PISA uuringute mõju riikide haridusele seisneb rohkemas kui võimaluses võrrelda keskmisi saavutusi. Riigid saavad heita pilgu peale õpetamistraditsioonidele ning kaalutleda tänapäeva hariduse nõudmiste üle, lähtudes testides kasutatavatest ülesannete tüüpidest ja seletavate tunnustena fikseeritavatest näitajatest (õpikäsitlused, õpihoiakud). Kui PISAs kasutatavad elulised probleemülesanded ning neile lahenduste leidmise oskused on olulise väärtusega, siis peaks õpilaste edukuse nimel neile tähelepanu pöörama ka Eesti koolides (Mikk et al, 2012: 8).

PISA uuringu üheks eesmärgiks on tuua esile tulemuslike haridussüsteemide parimad kogemused ja võimaldada vähemedukatel riikidel õppida teiste kogemusest. Kuigi riikide ajaloolised, majanduslikud ja sotsiaalsed taustad on erinevad, on võimalik haridussüsteemide reformimisel õppida teiste riikide lähenemisest. 2009. aasta uuringu järgselt on USA võtnud luubi alla edukate riikide hariduspoliitika ja korralduse. OECD väljaandes „*Strong Performers and Successful Reformers in Education. Lessons from PISA for the United States*“ („Tugevad sooritajad ja edukad uuendajad hariduses. PISA õppetunnid Ühendriikidele“) on kirjeldatud tulemuslike riikide võimalikke edutegureid (Kitsing, 2011: 18), mis on välja toodud lisas 1.

Eduteguriteks on toodud sotsiaalseid aspekte (kõrge heaolutase riigis), poliitilisi aspekte (riiklikult „duaalse süsteemi“ rakendamise väärtustamine, erinevates regioonides ühistest põhimõtetest lähtuvad õppekavad) kui ka mentaalseid aspekte (kõrge motivatsioon õppida, õpilaste kõrge teadlikkus hariduse vajadusest tulevase töökoha leidmisel).

2. REAALELULISED ÜLESANDED ÕPETAMISPRAKTIKAS

Käesoleva lõputöö esimeses peatükis kirjeldas autor matemaatika õpetamisega esinevaid probleeme reaaleluliste näidete kasutamisel ning tõi välja olulisemad tulemused varem uuritud töödest. Järgneva peatüki esimeses alapeatükis sõnastab autor põhimõtted, mille järgi seada üles loengu ülesehitus ja koostada reaalelulisi matemaatika ülesandeid. Teises alapeatükis kirjeldab autor töö empiirilise uurimuse läbiviimist, milles uuriti Eesti kõrgkoolide matemaatika õppejõudude seisukohti reaaleluliste seoste ja näidete loomisel matemaatika õpetamisel.

2.1. Reaalelulised seosed klassiruumis

Antud alapeatükis koostab töö autor teoreetilisse osasse kogutud teadmiste põhjal juhendi „reaalelulised seosed matemaatikas“, millest saavad õpetajad ja õppejõud näpunäiteid oma loengute ülesseadmise ning ülesannete koostamise kohta.

Töö autor mõistab, et kuigi järgnevalt välja toodud punkte ei ole palju ning need tunduvad esialgu elementaarsed, võib nende rakendamine kõrgkooli tasemel osutuda keeruliseks.

2.1.1. Loengu ülesehitus

Loengu ülesehituse seadmisel peaks õppejõud silmas pidama seda, et õpilased näeksid õpitava teema vajalikkust. Üheks võimaluseks, kuidas seda tagada, on loengu alustamine elulise probleemi lahendamisega.

Esiteks, horisontaalne matematiseerimine aitab õpilastel tajuda õpitavat teemat. Probleemi lahendamine paneb õpilased keskenduma antud teemale ning nende mõtte tööle. Õppejõud suunab õpilasi vajalike teadmiseni, järgmiste sammudeni, toob välja olemasolevad andmed ning aitab leida puuduvad.

Järgmise etapina toimub kogutud andmete analüüs – millised neist andmetest on vajalikud ja ebavajalikud, millised andmed on puudu ning kuidas neid leida. Selle käigus toimub matematiseerimine, kokkupuutunud terminite defineerimine ja valemite formuleerimine. Läbi selle tekivad õpilastel seosed õpitava teooria ning praktilise kasutuse vahel.

Viimase sammuna tehakse tulemuste analüüs, mille käigus tuleb silmas pida, et saadud tulemused oleksid relevantid ning sobiksid konteksti. See on väga oluline osa selle tõttu, et õpilased ei lahendaks matemaatilisi probleeme mehaaniliselt ning ei tekiks loogilisuse puudumist.

Horisontaalse matematiseerimise järel tuleb tegeleda vertikaalse matematiseerimisega, et manipuleerida uute omandatud teadmistega ning minna süvitsi teema sisse.

Suureks probleemiks matemaatika õpetamisel on aja puudus. Kuna õppejõude on klassiruumis tavaliselt ainult üks ning õpilasi palju, siis tasuvad siinkohal ära rühmatööd. Õpilastele tuleb anda võimalus jagada oma teadmisi ja kogemusi ka kaasõpilastega. „Valjuhäälnä“ õppimine toob välja murekohad ning aitab õpilastel tajuda, millest nad väga hästi aru ei saanud. Selle asemel, et õppejõud peab jõudma iga õpilaseni individuaalselt, saavad õpilased rühmatöö käigus teineteist aidata. Üheskoos arutamine julgustab ka õpilasi küsima ning juurde uurima, arendades nende metakognitiivseid oskusi. Kui õpilased on aktiivsed osalised õpetamise-õppimise protsessis, siis areneb nende matemaatiline taiplikus.

Kõrgkooli tasemel on tihtipeale teemasid, mille praktikas rakendamiseks on tarvis suures mahus eelnevaid teadmisi. Sellisel juhul võib mitu nädalat loenguid ning praktikume üles ehitada ühe ülesande lahendamisele – toimub pidev protsess, seoste loomine omandatavate teadmiste vahel ning jääb ära puhtalt faktiline õppimine.

Lihtsustatult on loengu ettevalmistamiseks järgmised sammud:

- 1) Loengu alustamine praktilise ülesandega;
- 2) Ülesannete lahendamine toimub õppejõu juhendamisel; õppejõud aitab õpilastel aru saada, mida otsitakse, milliseid andmeid on tarvis otsitava tulemuseni jõudmiseks, millised andmed on olemas, millised andmed puuduvad ning kuidas leida puuduvad andmed;
- 3) Andmete kogumine ning analüüsimine;
- 4) Kokkupuutunud terminite defineerimine, valemite formaliseerimine;
- 5) Tulemuste analüüs;
- 6) Tulemuste seadmine konteksti.

Õppejõul tasub ka meeles pidada järgmiseid punkte:

- 1) Läbi rühmatööde aitavad õpilased üksteist
- 2) Tuleb julgustada õpilasi küsima, arutama ning uurima. Seeläbi arenevad nende metakognitiivsed oskused
- 3) Horisontaalne matematiseerimine aitab õpilastel luua seoseid olemasolevate teadmistega
- 4) Läbi vertikaalse matematiseerimise saab minna süvitsi teema sisse
- 5) Õpilased peavad olema aktiivsed osalised õpetamise-õppimise protsessis. Tuleb anda võimalus jagada oma kogemusi ja teadmisi ka kaasõpilastega.

2.1.2. Eluliste näidete koostamine

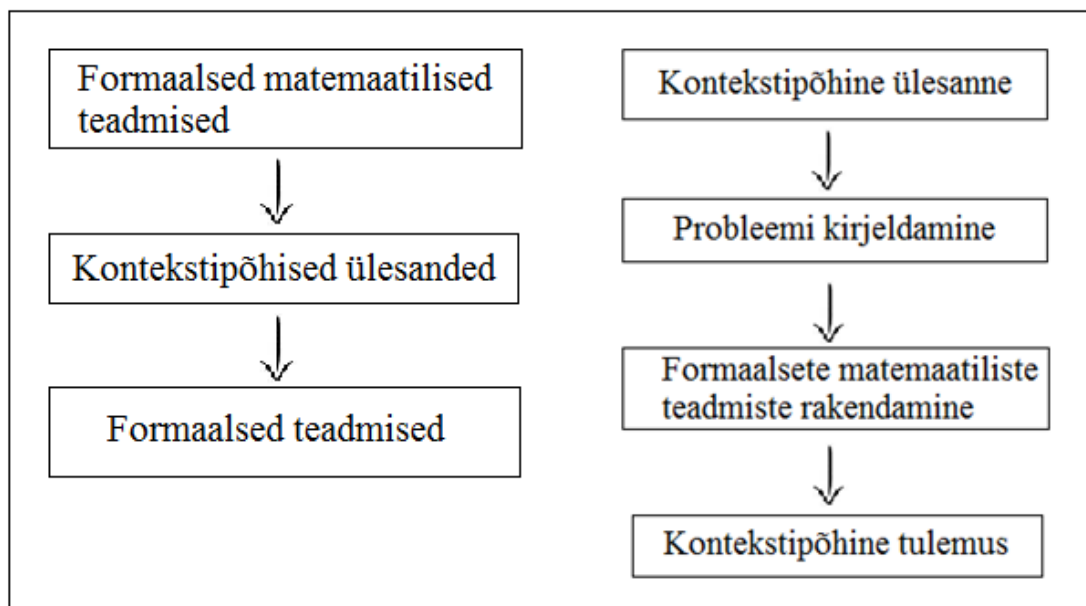
Matemaatika õppimisel on elulistel näidetel suur roll – need teevad matemaatika õppimise lihtsamaks, aitavad õpilastel aru saada matemaatika vajalikkusest, luua seoseid erinevate matemaatiliste faktide ja teadmiste vahel ning tõstavad seeläbi matemaatika õppimise motivatsiooni.

Ülesannete koostamisel tuleb esiteks lähtuda põhimõttest, et matemaatika õppimine oleks matemaatika juhitud taasleiutamine läbi matematiseerimise protsessi. Traditsiooniliselt võetakse aluseks õpitav teooria ning sellest lähtuvalt koostatakse kunstlikult matemaatika ülesanded (vt joonis 4). Ülesandeid lahendades viiakse tulemused taas teoreetilisse konteksti. Selleks, et ülesannete kasutegur oleks võimalikult

suur, tuleb aga vältida olukordi, kus ülesanded on vaid teooria kunstlik rakendamine, ning omandada mõtteviis, et teooriat õpitakse omandatavate teadmiste rakendamiseks.

Ülesannete koostamisel tuleks aluseks võtta reaalelulised situatsioonid (vt joonis 4) ning õppejõu juhendamisel sõnastada matemaatiline probleem, ehk traditsioonilise „teooriast praktikasse“ asemel kasutada „praktikast teooriasse“ lähenemisviisi. Kui on leitud uuritav matemaatiline probleem, saab kasutada seni olemasolevaid või juurde õppida uusi matemaatilisi teadmisi (valemid, teoreemid jms) ülesande lahendamiseks. Lõpuks saadakse formaalsete matemaatiliste teadmiste rakendamisel saadud tulemused ning viiakse need taas esialgsesse konteksti.

Teiseks, matemaatika ülesannete koostamisel tuleb arvestada sellega, kui tuttav on õpitav teema õpilaste jaoks. Juhul, kui õpilased ei ole antud teemas väga pädevad, tuleb lähtuda nende olemasolevatest teadmistest ja rakendada teooriat nendele tuttavates teemades (olgu nendeks siis elulised situatsioonid, erinevatel ametikohtadel kasutatav matemaatika, muinasjutumaailm jms). Siis, kui on loodud baasseosed, saab minna süvitsi puhta matemaatika ülesannete juurde omandatud teadmisi kasutades.



Joonis 4. Matemaatika ülesannete koostamine. Vasakul – traditsiooniline viis, paremal – antud töö põhimõtetest lähtuv

Kolmanda põhimõttena peab ülesannete koostamisel silmas pidama seda, et kasutatav lahenduskäik oleks reaalselt rakendatav. Autor peab selle all silmas seda, tegu ei oleks kunstlikult loodud olukorraga, mille lahendamiseks reaalses elus kasutataks muid viise, vaid näitaks matemaatika vajalikkust.

Neljandaks, et ülesanded oleksid võimalikult reaalse olemusega, tuleks ülesanded koostada võimalikult ligilähedaselt igapäevastes situatsioonides ettetulevate olukordadega. Autor mõtleb selle all seda, et reaalselt on harva neid juhtumeid, kus teadaolev informatsioon sisaldab kõik ja ainult vajalikud andmed. Seega tuleks ülesanne koostada sama põhimõtte järgi.

Selleks, et arendada kriitilise mõtlemise oskust, vältida loogilisuse puudumist ning puhtalt mehaanilist ülesannete lahendamist, ei tohi minna lihtsamat teed pidi ülesandeid ümber sõnastades. Seega viienda põhimõttena tasub meeles pidada, et ülesanded oleksid nii lihtsad, et õpilased oleksid võimelised otsitavate tulemusteni ise jõudma, kuid ka piisavalt rasked, et vastuseni jõudmiseks vaeva näha. Kui ülesanne on õpilastele keeruline, saab ümbersõnastamise asemel kasutada juba eelnevalt mainitud võimalust – ülesannete lahendamist rühmatööna. Omavahel arutades ning teadmisi jagades õpetavad nad teineteist. Kui ka sel juhul on lahenduseni jõudmine keeruline, on see õppimiskohaks õppejõule, kes näeb, mis on suurema osa õpilastest murekohad.

Lühidalt välja tuues, tuleks lähtuda reaaleluliste ülesannete koostamisel järgmistest põhimõtetest:

- 1) Matemaatika õppimine on kõige efektiivsem läbi matematiseerimise protsessi;
- 2) Ülesannete koostamisel tuleb silmas pidada õpilaste olemasolevaid teadmisi ning luua nendega seoseid;
- 3) Ülesandes kasutatav lahenduskäik on ka reaalelus otstarbekas viis tulemuseni jõudmiseks;
- 4) Ülesannete olemus peab olema võimalikult ligilähedane reaalselt ettetuleva olukorraga;
- 5) Ülesanded peavad olema õpilastele jõukohased ja samal ajal väljakutset esitavad.

2.2. Uuring, kuidas on olukord praegu kõrgkoolide tasemel

Käesoleva lõputöö esimeses peatükis kirjeldas töö autor erinevaid probleeme, mis esinevad matemaatika õpetamisel, tõi välja RME ning PISA põhimõtted. Teise peatüki alguses koostas autor näpunäited „reaalelu sidumiseks matemaatikaga“. Antud alapeatükk kirjeldab empiirilist uurimust, milles uuriti Eesti kõrgkoolide matemaatika õppejõudude seisukohti reaaleluliste ülesannete kasutamisest õppetöös. Autor kirjeldab alapeatüki alguses uurimuses osalejaid, uurimuse läbiviimist ja tulemusi, alapeatüki lõpus esitatakse tulemuste süntees ning tehakse järeldused.

Selleks, et selgitada välja õppejõudude arvamust reaaleluliste seoste loomisest matemaatikas, viis autor läbi ise koostatud küsitluse. Küsitlus viidi läbi paberkandjal ning Google Forms-i abiga. Küsimustikule vastamine oli vabatahtlik ja anonüümne.

Küsimustiku koostamisel peeti võimalikult suure vastamismäära saamiseks oluliseks seda, et küsimustik oleks lühike ja lihtsasti vastatav. Küsimustikuga soovis autor teada saada:

- Kui oluliseks peavad õppejõud reaaleluliste seoste loomist matemaatika õpetamisel?
- Kas õppejõud kasutavad reaalelulisi näiteid/seoseid matemaatika õpetamisel?
- Kui reaalelulisi seoseid kasutatakse, siis kust saadakse selleks vajalikku materjali?
- Kui reaalelulisi seoseid ei kasutata, siis mis on põhjuseks?

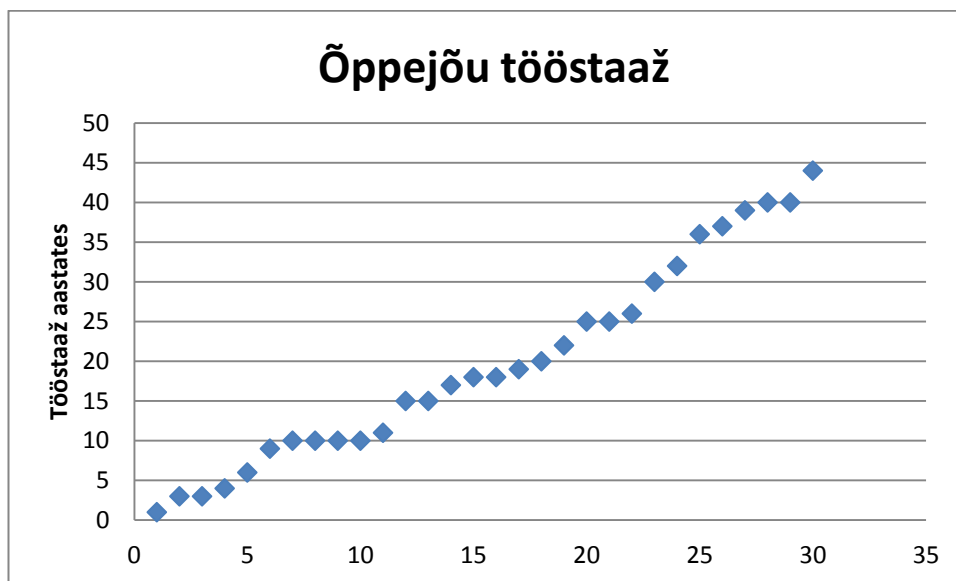
Küsimustikus oli kokku 7 erinevat küsimust (vt lisa 2 ja lisa 3), millest kolm olid valikvastustega, kolm avatud küsimused ning üks küsis õppejõu tööstaazi. Üheks avatud küsimuseks oli võimalus avaldada oma mõtteid antud teema kohta. Töö autor lisas küsimustikku avatud vastustega küsimused selle eesmärgiga, et mitte piirata vastajate mõtlemist ja vastuseid ning saada võimalikult mitmekesine vastuste hulk.

Küsitluse vastajad valiti erinevate Eesti kõrgkoolide matemaatika õppejõudude seast. Veebiküsitlus saadeti Tartu Ülikooli, Tallinna Ülikooli, Tallinna Tehnikaülikooli ning Eesti Ettevõtluskõrgkooli Mainor matemaatika õppejõududele. Tallinna Tehnikaülikooli matemaatikainstituudi õppejõududele esitati küsitlus ka paberkandjal.

Valimisse valiti just õppejõud, mitte kooliõpetajad selle tõttu, et kõrgema matemaatika tasemel on raskem tuua seoseid reaalse eluga. Alg-, põhi- ning keskkooli tasemetel jaoks on paljud näited ning seoseid juba õppematerjalides olemas.

Veebiküsitlus saadeti välja 29.05.2014 ning suleti vastajatele 31.05.2014. Paberkandjal koguti vastuseid 29.05-30.05.2014. Meili teel saadeti veebiküsitlus 68 Tartu Ülikooli matemaatika-informaatikateaduskonna õppejõule, Tallinna Ülikooli ning Tallinna Tehnikaülikooli matemaatikainstituudile ning ühele Eesti Ettevõtluskõrgkooli Mainori lektorile. Selle aja jooksul vastas veebiküsimustikule 25 õppejõudu ning paberkandjal 5 õppejõudu. Kokku arvestati kõigi 30 vastusega.

Vastajate hulgas oli 18 Tartu Ülikooli õppejõudu, 3 Tallinna Ülikooli õppejõudu, 8 Tallinna Tehnikaülikooli õppejõudu ning 1 Eesti Ettevõtluskõrgkooli Mainori õppejõud. Õppejõudude tööstaaž oli vahemikus 1-44 aastat, keskmise tööstaažiga 20 aastat (vt joonis 5).

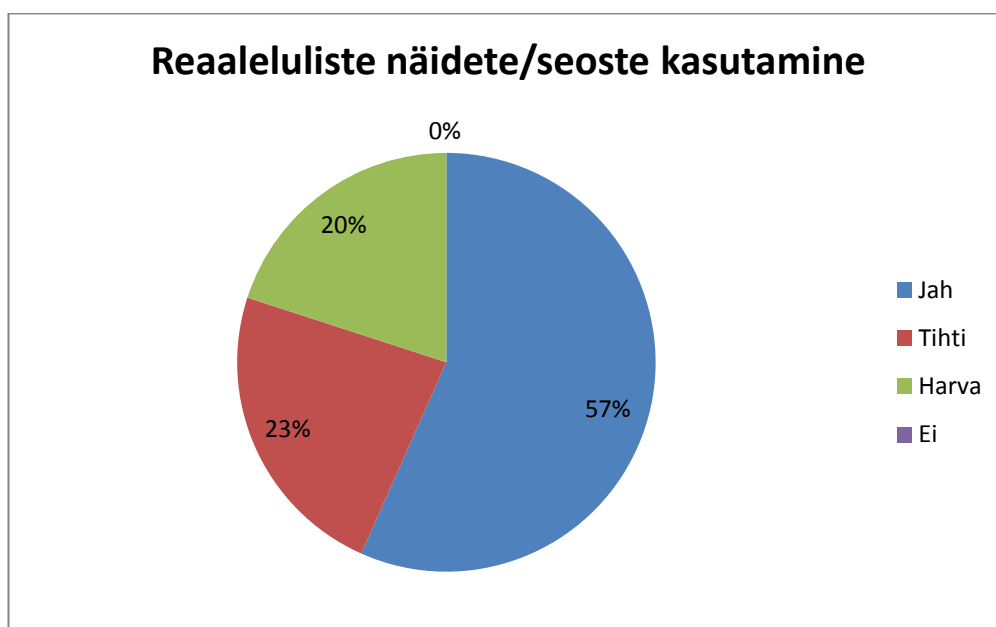


Joonis 5. Vastanud õppejõudude tööstaaž

28 vastajat pidas reaaleluliste seoste loomist matemaatika õpetamisel oluliseks ning kaks vastajat ei pidanud seda oluliseks. Nendest kahest, kes ei pidanud oluliseks, kasutab üks reaalelulisi seoseid/näiteid matemaatika õpetamisel harva ning teine tihti. See õppejõud, kes kasutab harva, ei usu, et õpilased peavad oluliseks reaalelulisi seoseid matemaatika õppimisel, ning teine usub, et nad peavad.

17 vastajat (25%) kasutavad reaalelulisi näiteid/seoseid matemaatika õpetamisel, 7 (23%) kasutab tihti ning 6 (20%) õppejõudu kasutavad harva. Ükski vastajatest ei vastanud, et nad ei kasuta reaalelulisi seoseid matemaatika õpetamisel (vt joonis 6).

Kolm õppejõudu, kellest kaks kasutavad reaalelulisi seoseid harva ning üks tihti, arvasid, et õpilased ei pea reaalelulisi seoseid matemaatika õppimisel oluliseks. 24 õppejõu arvates on reaalse seoste loomine õpilaste jaoks oluline, neist 2 kasutavad reaalelulisi seoseid harva ning 6 tihti. Üks õppejõud ei tea, kas õpilased peavad neid oluliseks, ühe arvates sobivad ainult väga lihtsad ülesanded, sest keerulisemad hirmutavad õpilasi, ning ühe arvates on õpilaste kogemus liiga väike ning matemaatika ühendamine reaaleluliste situatsioonidega on neile võõras mõtteviis.



Joonis 6. Reaaleluliste näidete või seoste kasutamine matemaatika õpetamisel

Lähtuvalt töö eesmärgist soovis autor teada saada, kust saavad õppejõud reaaleluliste seoste loomiseks vajalikku materjali. Kümnel korral toodi välja eluliste näidete saamine õpikutest, erialakirjandusest või teadusartiklitest. 14 vastajat ütlesid, et nad toovad näiteid elust enesest või enese kogemustest. 8 õppejõudu otsib erinevaid näiteid internetist, 4 mõtlevad ise välja ning 6 õppejõudu on saanud näiteid teistelt inimestelt, näiteks kolleegidelt või üliõpilastelt. 4 õppejõudu kasutab ka meedias toodud näiteid, nagu Postimehe või Delfi diagrammid ja küsitlused.

Põhjuseid, miks reaalelulisi näiteid matemaatika õpetamisel ei kasutata, oli mitmeid. Peamiseks põhjusena toodi välja ajanappus: „Mõnel juhul võtaks rakenduse seletamine liiga palju aega, sest seos ei ole otsene ega ilmne“, „Matemaatikatundide arv võiks olla suurem. Praegu jõuab ainult arvutada. Analüüsimiseks jääb liiga vähe aega“, „Näidete jaoks jääb vähe aega. Tundide arv on nii väike, et vaevu jõuab selgitada tüüpülesannete lahendamist“, „Reaalelulised ülesanded kulutavad niigi nappi loengu- või praktikumiaega.“ Kaks õppejõudu tõid välja ka põhjuse, et sageli ei tea nad ise ka antud teema rakendust igapäeva elus. Neli õppejõudu ütlesid, et reaalelulisi näiteid pole tihtipeale tarvis – see ei ole mõnes aines väga oluline ning puhas matemaatika ei vaja ilustamist. Üks õppejõud ütles ka, et matemaatika sidumine „reaalse eluga“ ei tee matemaatikat huvitavamaks, vaid vastupidi: „Kui tahate teha oma elu huvitavamaks, siduge see matemaatikaga.“

Leidus õppejõude, kelle arvates on reaaleluliste näidete toomine oluline, kuid raske, sest matemaatilised mudelid ei kirjelda reaalseid objekte täielikult – reaalsusel on palju nüansse, mida alati arvestada ei saa. Samas öeldi ka, et kuitahes komplitseeritud nähtusi ja protsesse saab selgitada ka keeruliste valemiteta, vastasel korral pole õppetöö läbiviija ise eriti rohujuure tasandil kompetentne, valemeid on vaja kaasata pigem eksperttasandil – rakendusala del numbriliste väärtuste usaldusväärseks arvutamiseks.

Õppejõudude tööstaaži küsides soovis töö autor teada saada, kas tööstaaži pikkusest oleneb ka reaaleluliste seoste kasutatavus, nende hankimine või olulisus. Õppejõud, kelle arvates reaaleluliste seoste loomine ei ole oluline, tööstaaž oli 15 ja 37 aastat. Kuna eitavalt vastanud õppejõude oli vaid 2, siis seost siin luua ei saa.

Õppejõududest, kelle tööstaaž on 1-10 aastat, 60% kasutavad reaalelulisi seoseid, 20% kasutavad tihti ning 20% harva. Nendest, kelle tööstaaž on 11-20 aastat 50% kasutavad, 13% kasutavad tihti ning 37% kasutavad harva. Tööstaažiga 21-30 aastat 60% kasutavad, 20% kasutavad tihti ning 20% kasutavad harva. Õppejõud, kelle tööstaaž jääb vahemikku 31-45 aastat, 57% kasutavad, 43% kasutavad tihti ning 0% kasutavad harva. Otsest seost ei näe ka nende andmete juures.

Kokkuvõtvalt võib küsitluse vastuseid analüüsides öelda, et valdav osa õppejõududest peavad oluliseks ning kasutavad reaalelulisi seoseid ning näiteid matemaatika

õpetamisel. Samamoodi on õppejõudude arvates ka üliõpilaste jaoks reaaleluliste seoste loomine õppimisel oluline.

Positiivsena jäi vastustest kõlama asjaolu, et õppejõud siiski soovivad luua seoseid reaaleluga. Üks õppejõud lisas vastusesse ka, et häid näiteid võiks olla rohkem, sest ta tunneb neist sageli puudust ja iga teema juures ei oska midagi elulist öelda. Öeldi ka, et koondav õppematerjal eluliste probleemide kohta tuleks kasuks. Küll aga selgus küsimustiku vastustest, et sellega on seotud mitmeid probleeme – aja puudus, vähe allikaid ning materjal ei ole piisavalt kättesaadav, ei teata enda aine rakenduslikke võimalusi ning mainiti ka üliõpilaste soovi vaid ainekst läbi saada, mitte ülesandeid lahendada.

Töö autor leiab, et eelnimetatud probleemide lahendamiseks, tuleks alustada reaaleluliste ülesannete ning seoste õppeprogrammi põimimisega. Seeläbi oleksid need loomulikuks osaks loengu kavast, mitte lisaaega nõudev ülesanne õppejõule.

KOKKUVÕTE

Matemaatika on kõikjal meie ümber - alates telefonidest ja kõrghoonetest, lõpetades mesilaste loodud meekärgede ehitusega. Sellest hoolimata on õpilaste motivatsioon selle õppimiseks madal, sest nad ei näe selle vajalikkust igapäevaelus. Põhjuseks on see, et koolis omandatav matemaatika on tihti peale ainult valemid, teoreemid, sümbolid ja numbrid ning pidevalt liigutakse eemale reaaleluliste seoste ning näidete toomisest selle õpetamisel.

Käesoleva töö teoreetilises osas kirjeldati erinevaid matemaatika õpetamisega seotud probleeme, mis esinevad reaaleluliste seoste loomisel. Suurimaks probleemiks on seoste loomise vähesus, mis kujundab õpilastes arvamuse, et matemaatika on puhtalt akadeemiline teadusharu, mis on täiesti eraldatud igapäevaelust. Sellest tulenevalt on tekkinud „loogilisuse puudumise“ fenomen, mille puhul õpilased lahendavad matemaatilisi ülesandeid mehaaniliselt, saamata aru lahenduskäigust ja tulemusest.

Teiseks suureks probleemiks on see, et päriselulistele probleemidele lähenetakse klassiruumis erinevalt, kui seda tehakse väljaspool klassiruumi. Ülesanded on muudetud kunstlikult koolile omaseks – need on arvuliselt puhtad, sisaldavad kogu ja ainult vajalikku infot ning ei arenda seeläbi õpilaste kriitilise mõtlemise oskust. Hea ülesanne, mida õpilastele lahendada anda, peaks näitama matemaatiliste teadmiste rakendamist reaalses elus.

Üheks veaks õpetamisel on ülesannete ümbersõnastamine ning nende tõlkimine spetsiifilisse matemaatika keelde, mida kasutatakse klassiruumis. Ümbersõnastamisega kaob ära ülesande eesmärk arendada loogilist mõtlemist ning seoste loomist matemaatilise ja igapäevase keele vahel. Selle vältimiseks tuleb klassiruumis luua keskkond, kus julgetakse esitada küsimusi, aidatakse teineteist probleemide korral, kasvatatakse üksteise teadmisi ning pakutakse erinevaid lähenemisi. Sellises keskkonnas arenevad ka metakognitiivsed oskused, mis on olulised selleks, et õpilasteks kasvaksid edukad ja iseseisvad õppijad.

Reaaleluliste seoste baasil õpetamisest lähtub ka Hollandi haritlaste poolt väljakujundatud matemaatiline pedagoogika Realistlik matemaatikaharidus, mis lähtub kolmest juhtivast heuristikast. Esimeseks nendest on matemaatika taasleiutamine läbi matematiseerimise protsessi, mis tähendab seda, et matemaatiliste kontseptsioonide ning ideede arendamine peab algama reaalsest maailmast, kust saadud faktid matematiseeritakse ning viiakse tagasi ellu. Elulisest maailmast sümbolite maailma liikumine on horisontaalne matematiseerimine, aga kui sümboleid vormitakse, nendega manipuleeritakse mehaaniliselt, on tegu vertikaalse matematiseerimisega.

Teiseks RME printsiibiks on didaktiline fenomenoloogia, mis on defineeritud kui matemaatilist mõistet esindava nähtuse ning mõiste enda vahelise suhtena. Selles fenomenoloogias on fookus sellel, kuidas matemaatiline interpretatsioon muudab nähtuse kättesaadavaks arutlemisele ning arvutustele.

RME kolmandaks heuristikaks on enda arendatud mudelid, mis toetavad õpilaste arusaamu matemaatikast nende enda perspektiivist, mitte ei illustreeri matemaatikat eksperdi vaatevinklist.

Reaaleluliste probleemide lahendamiseks vajalikke teadmisi kontrollib rahvusvaheline õpitulemuslikkuse hindamisprogramm PISA, mis testib oskuslikkust, kuidas 15-aastased õpilased suudavad matemaatikaga ümber käia tegeliku elu kontekstides. PISA raamistiku jaoks on välja valitud neli sisukategooriat, mis peegeldavad põhilisi nähtusi. Nendeks on muutumine ja seosed, ruum ja kuju, kogus, määramatus.

PISA on teinud rahvusvahelisel tasandil olulised sammud matemaatilise kirjaoskuse arendamiseks ning matemaatika ühendamiseks reaaleluga. Uuringu üheks eesmärgiks on ka tuua esile tulemuslike haridussüsteemide parimad kogemused ja võimaldada vähem edukatel riikidel õppida teiste kogemusest.

Lõputöö teise peatüki esimeses alapeatükis sõnastas autor põhimõtted, mille järgi seada üles loengu ülesehitus ja koostada reaalelulisi matemaatika ülesandeid.

Loengu ülesehituse seadmise esimeseks soovitusena on loengu alustamine praktilise ülesandega, et õpilased näeksid õpitava teema vajalikkust. Teise soovitusena tuleb silmas pidada seda, et ülesannete lahendamine toimub õppejõu juhendamisel, mitte

tema poolt. Läbi juhendamise aitab õppejõud koguda andmeid ning neid analüüsida. Lahenduse käigus defineeritakse terminid ning formuleeritakse valemid. Viimase sammuna toimub tulemuste analüüs ning nende seadmine esialgsesse konteksti.

Ülesannete koostamise kohta sõnastas töö autor viis põhimõtet:

- 1) Matemaatika õppimine on kõige efektiivsem läbi matematiseerimise protsessi;
- 2) Ülesannete koostamisel tuleb silmas pidada õpilaste olemasolevaid teadmisi ning luua nendega seoseid;
- 3) Ülesandes kasutatav lahenduskäik on ka reaalelus otstarbekas viis tulemuseni jõudmiseks;
- 4) Ülesannete olemus peab olema võimalikult ligilähedane reaalselt ettetuleva olukorraga;
- 5) Ülesanded peavad olema õpilastele jõukohased ja samal ajal väljakutset esitavad.

Viimase peatüki teises alapeatükis kirjeldas autor empiirlist uurimust, milles uuriti Eesti kõrgkoolide matemaatika õppejõudude seisukohti reaaleluliste ülesannete kasutamisest õppetöös. Küsitluse tulemustest selgus, et õppejõud peavad oluliseks ning kasutavad reaalelulisi seoseid ning näiteid matemaatika õpetamisel. Uuringu vastustest kumas läbi ka see, et õppejõud soovivad luua seoseid reaaleluga, kuid selleks puudub aeg, on vähe allikaid, materjal ei ole kättesaadav ning ei teata enda aine rakenduslikke võimalusi.

KASUTATUD KIRJANDUS

1. **Blitzer, Bob.** Thinking Mathematically. Pearson Education, Inc, 2008, 870 lk.
2. **Brandsford, John D.; Brown, Ann L.; Cocking, Rodney R.; editors.** How people learn? National Academy Press, 2004, 374 lk.
3. **Carraher, David W; Schliemann, Analucia D.** Is everyday Mathematics truly relevant to Mathematics Education? Journal for Research in Mathematics Education. Vol 11, 2002, lk 131-153.
4. **Dickinson, Paul; Hough, Sue.** Using Realistic Mathematics Education in UK classrooms. [www.mei.org.uk/files/pdf/RME_Impact_booklet.pdf], 05.05.2014.
5. Rahvusvahelised haridusuuringud. PISA. Mis on PISA? Sihtasutus Innove, [<http://uuringud.ekk.edu.ee/est/pisa/>], 26.05.2014
6. **Fauzan, Ahmad.** Applying Realistic Mathematics Education (RME) in Teaching Geometry in Indonesian Schools. Thesis, University of Twente, Enschede. 2002, 362 lk.
7. **Fletcher, J. A.** Applying mathematics in real-life problems: A case study of two senior high schools in Ghana. African Journal of Educational Studies in Mathematics and Sciences. Vol 8, 2010, lk 81-94.
8. **Gainsburg, Julie.** Real-world connections in secondary mathematics teaching. Journal of Mathematics Teacher Education, Volume 11, 2008, lk 199-219.
9. **Heuvel-Panhuizen, Marja van den.** Realistic Mathematics Education as work in progress. Common Sense in Mathematics Education. Proceedings of 2001 The Netherlands and Taiwan Conference on Mathematics Education. 2001, lk 1-43.
10. Innovators in Mathematics Education, [<http://www.mei.org.uk/?page=rme>], 05.05.2014.
11. **Kitsing, Maie.** PISA 2009 – Eesti õppetunnid. Haridus- ja Teadusministeerium, 2011, 32 lk.

12. **Kund, Oliver.** Ministeerium tahab matemaatika ainekava parandamiseks teistelt riikidelt šnitti võtta. Postimees, 2012. <http://www.postimees.ee/936334/ministeerium-tahab-matemaatika-ainekava-parandamiseks-teistelt-riikidelt-snitti-votta>, 28.03.2014.
13. **Kwon, Oh Nam.** Conceptualizing the Realistic Mathematics Education Approach in the Teaching and Learning of Ordinary Differential Equations'. Journal of the Korea Society of Mathematical Education Series D: Research in Mathematical Education. Vol 6, 2002, lk 159-170.
14. **Lepmann, Tiit.** Eesti rahvusvahelises loodusainete, matemaatika ja lugemisoskuse võrdlusuuringus PISA 2009. Koolimatemaatika XXXVIII, Tartu Ülikooli Kirjastus, 2011, lk. 65–73.
15. **Lepmann, Tiit.** Rahvusvaheliste võrdlusuuringute TIMSS 2003 ja PISA 2006 õppetund Eesti matemaatikaõpetajale: Rahvusvaheliste võrdlusuuringute TIMSS 2003 ja PISA 2006 õppetunnid, Tallinn 2010, lk 77-82.
16. **Lovejoy, Sarah E; McCoy, Leah.** Real Life Connections in the Algebra II Classroom. Studies in Teaching 2008 Research Digest. Wake Forest University, 2008, lk 133-138.
17. **Marshall, Stephanie P.** Assessment of Rational Number Understanding: A Schema-based Approach to Assessment – Rational Numbers: An Integration of Research. Lawrence Erlbaum Associates, Inc., 1993, lk 159-287.
18. **Mikk, Jaan; Kitsing, Maie; Must, Olev; Säälük, Ülle; Täht, Karin.** Eesti PISA 2009 kontekstis: tugevused ja probleemid Programmi Eduko uuringtoetuse kasutamise lepingu aruanne. Tartu, 2012, 125 lk.
19. **OECD.** Lessons from PISA for the United States – Strong Performers and Successful Reformers in Education. OECD Publishing, 2011, 257 lk.
20. PISA 2012 matemaatikaraamistik,
[http://uuringud.ekk.edu.ee/fileadmin/user_upload/documents/pisa_2012_matemaatika_raamdokument.pdf], 03.06.2014
21. **Prinits, Olaf.** Eesti koolimatemaatika ajalugu. Tartu: Tartu Ülikool, 1994, 347 lk.
22. **Wu, Margaret.** The Impact of PISA on Mathematics Education: Linking Mathematics and Real World. Education Journal. Vol 31, 2003, lk 121-140.

LISAD

Lisa 1. Kanada, Hongkongi, Shanghai, Jaapani, Singapuri, Soome ning Saksamaa lähenemised oma haridussüsteemide tulemuslikkuse parendamisele (allikas: Kitsing, 2011: 18-19)

<p>Kanada</p> <p>Kultuurilised:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Vanemad toetavad oma lapsi • Õpilased loevad vabal ajal palju • Heaolu tase riigis kõrge: • Arstiabile ja muudele sotsiaalsetele teenustele on igal kodanikul õigus, sh haridus ei ole privileeg, vaid kõigile tagatud õigus • Õpetajad tunnevad vastutust võimaldada igal õpilasel omandada võimete kohane kvaliteetne haridus <p>Poliitilised:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Suutlikus luua erinevates provintssides õppekavad, mis lähtuvad ühistest põhimõtetest ja väärtustest riigis <p>Soome</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ühtluskooli põhimõtet on järjekindlalt rakendatud pea 50 aastat • Lastele on tagatud võrdsed võimalused oma potentsiaali väljaarendamiseks • Õpetaja ja koolijuhi kvaliteet on tähelepanu all. Õpetaja amet on kõrgelt hinnatud, Soome koolidel on suurem autonoomsus võrreldes teiste riikide koolidega, samas on õpetaja palk Euroopa keskmine. Puudub riiklik järelevalve, koolijuht ja õpetaja vastutavad oma töö eest eelkõige ise, samas on tagatud kohaliku omavalitsuse tugi koolidele. Üldiselt on Soome koolid ja klassid väikesed. Finantsressursid kuuluvad eelkõige õppehoonete renoveerimiseks ja käigusoleku hoidmiseks • Õpetajatel on ettevalmistus õpiraskuste 	<p>Hongkong, Shanghai</p> <ul style="list-style-type: none"> • Reformidega on suudetud oskuslikult traditsioonilist mõttelaadi muuta (haridus kõikidele, rõhuasetus õpetamiselt õppimisele, faktiõppimiselt õppimisvõime suurendamisele, majanduse vajadustest lähtumisele individuaalsete vajaduste arvestamisele) • Eelistatud on põhjalikud, eri tahke arvestavad reformid, mis haaravad kogu süsteemi ja vähem aega on kulutatud pealiskaudsetele parendustegevustele • Saavutatud on tasakaal tsentraalse ja detsentraliseeritud lähenemise vahel ja ülesannete jaotamise asjakohasus • Riiklikke eksameid nähakse kui positiivset tuge õppimisele • Tähelepanu all on aruandlus, sh kvaliteedi hindamine <p>Jaapan</p> <ul style="list-style-type: none"> • Hariduse väärtustamine ehk jagatakse ühtset arusaama, et haridus on oluline riigi arengus • Rahvusvaheliste võrdlusuuringute kasutamine oma haridussüsteemi parendamiseks • Õpilaste kõrge õpimotivatsioon on Jaapanile kultuuriliselt omane; sendub arusaamaga, et akadeemilised saavutused on seotud pingutamisega, mitte „loomuliku andekusega“ • Riiklikud arengukavad ja õppeplaanid on sügavalt läbi analüüsitud ja sidusalt ning kõrgel tasemel kognitiivset väljakutset pakkuvad
---	---

<p>väljaselgitamiseks ja õppetöö kohandamiseks vastavalt õppija vajadustele ning neile on abiks eraldi väljaõppega spetsialistid. Õpiraskustega õpilase eest on õpetajatel kollektiivne vastutus</p> <ul style="list-style-type: none"> • Haridus on tihedas seoses sotsiaalse struktuuri ja majandusega • Teadmuspõhise majanduse rakendamiseks ühiskonnas on koolide töös tähelepanu all loova, ettevõtliku, riskialti, teadmisi praktikas kasutava noore kujundamine <p>Saksamaa</p> <ul style="list-style-type: none"> • Õpetajate koolitamisele pööratakse väga palju tähelepanu (nt mentorikoolitus) • Riigis on kokkulepe „duaalse süsteemi“ rakendamise väärtustamises – koolilõpetajad kui tulevased töötajad peavad oskama eesmärke seada ning neid (distsiplineeritult) ellu viia; peavad oskama grupis ja individuaalselt töötada • Õpilaste teadlikkus, et omandatud formaalhariduse tase mõjutab nende hilisemat tööelu, seetõttu on õpilased motiveeritud kindlaid teadmisi omandama, et tööturul hästi läbi lüüa • Võrdlusuuringute tulemustest õppimine- PISA uuringu tulemused Saksamaal olid tagasihoidlikud. Arvestades uuringu tulemusi, on Saksamaa seadnud eesmärgiks õppida teiste riikide haridussüsteemidelt. 	<ul style="list-style-type: none"> • Osade õppeainete puhul käibib arusaam, et mida rohkem õpilasi klassis, seda paremad tulemused; suurtes klassides paremad võimalused rühmatöös probleemülesannete lahendamiseks ja üldiseks diskussiooniks • Kõrged ootused kõikidele õpilastele • Kulutused õpetajale (töötasud) on suuremad kui kulutused õppehoonetele ja õppevahenditele • Efektne õpetajate täienduskoolitus tagab õpetajatele pideva professionaalse arengu • Efektne „koolist-tööle“ programm, kõrge (töö)moraali tekitamine • Kõrgendatud tähelepanu õpilaste kõrgharidusele kasvatusel erinevates kooliastmetes <p>Singapur</p> <ul style="list-style-type: none"> • Väikese riigi eelis – kompaktne haridussüsteem • Süsteemi stabiilsuse eelistamine pidevate muudatuste asemel • Hariduspoliitika pragmaatilisus – hariduse ja majanduse dünaamiline suhe • Motivatsioon õpetada ning õppida on kõrge (nt palgaboonus, auhinnad) • Globaalne teadlikkus ning tulevikku suunatus, sh rahvusvahelistest võrdlusuuringutest õppimine
--	---

Lisa 2. Õppejõududele paberkandjal esitatud küsimustik

Reaaleluliste seoste loomine matemaatika õpetamisel

AUSTATUD ÕPPEJÕUD, palun teil osaleda uuringus, mis analüüsib reaaleluliste seoste loomist matemaatika õpetamisel. Kokku on 5 sisulist küsimust ning ankeedi täitmine võtab aega 1-2 minutit.

Mitu aastat olete töötanud õppejõuna?

.....

Kas peate oluliseks reaaleluliste ühenduste loomist matemaatika õpetamisel?

- ☐ Jah
- ☐ Ei

Kas kasutate reaalelulisi näiteid/seoseid matemaatika õpetamisel?

- ☐ Jah
- ☐ Tihti
- ☐ Harva
- ☐ Ei

Kui kasutate, siis kust saate selleks vajalikku materjali?

.....
.....
.....
.....

Kui Teie ei kasuta reaalelulisi seoseid õpetamisel, siis miks?

.....
.....
.....
.....

Kas arvate, et õpilased peavad oluliseks reaalelulisi seoseid matemaatika õppimisel?

- ☐ Jah
- ☐ Ei
- ☐ Other

Kui soovite lisada veel midagi antud teema kohta, siis tehke seda siin:

.....
.....
.....
.....

Lisa 3. Õppejõududele elektrooniliselt saadetud küsimustik

Reaaleluliste seoste loomine matemaatika õpetamisel

AUSTATUD ÕPPEJÕUD

Palun teil osaleda uuringus, mis analüüsib reaaleluliste seoste loomist matemaatika õpetamisel. Kokku on 5 sisulist küsimust ning ankeedi täitmine võtab aega 1-2 minutit. Oleksin tänulik, kui vastaksite kohe antud küsimustiku nägemisel (hea lühike paus eksamitööde parandamise vahele).

Olles tudeng, pole mul võimalik vastajate seas loosida välja kruiise ega SPA külastusi, kuid loodan, et heast tahtest aitate mul jõuda sammukese lähemale lõputöö valmimisele.

Kui mõni küsimus on arusaamatu või soovite täiendavat informatsiooni, siis palun võtke minuga ühendust e-maili aadressil aborkman@ut.ee

* Required

Millises kõrgkoolis Teie õppejõuna töötate? *

- ☐ Tartu Ülikool
- ☐ Tallinna Ülikool
- ☐ Tallinna Tehnikaülikool
- ☐ Other:

Mitu aastat olete töötanud õppejõuna? *

Kas peate oluliseks reaaleluliste ühenduste loomist matemaatika õpetamisel? *

- ☐ Jah
- ☐ Ei

Kas kasutate reaalelulisi näiteid/seoseid matemaatika õpetamisel? *

- ☐ Jah
- ☐ Tihti
- ☐ Harva
- ☐ Ei

Lisa 3. jätk

Kui kasutate, siis kust saate selleks vajalikku materjali? *

Reaalelulisi ülesandeid, näiteid, seoseid. Kui te ei kasuta, siis pange vastusesse "a", et ta loeks selle täidetuks

Kui Teie ei kasuta reaalelulisi seoseid õpetamisel, siis miks? *

Kui te kasutate, siis pange vastusesse "a", et ta loeks selle täidetuks

Kas arvate, et õpilased peavad oluliseks reaalelulisi seoseid matemaatika õppimisel? *

☐ Jah

☐ Ei

☐ Other:

Kui soovite lisada veel midagi antud teema kohta, siis tehke seda siin:

Lihtlitsents lõputöö reprodutseerimiseks ja lõputöö üldsusele kättesaadavaks tegemiseks

Mina, Anne Borkmann

(sünnikuupäev: 10.09.1991)

1. annan Tartu Ülikoolile tasuta loa (lihtlitsentsi) enda loodud teose Reaalelulise matemaatikaõpetuse probleemid ja lahendusvõimalused, mille juhendaja on Reimo Palm,
 - 1.1. reprodutseerimiseks säilitamise ja üldsusele kättesaadavaks tegemise eesmärgil, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace-is lisamise eesmärgil kuni autoriõiguse kehtivuse tähtaja lõppemiseni;
 - 1.2. üldsusele kättesaadavaks tegemiseks Tartu Ülikooli veebikeskkonna kaudu, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace'i kaudu kuni autoriõiguse kehtivuse tähtaja lõppemiseni.
2. olen teadlik, et punktis 1 nimetatud õigused jäävad alles ka autorile.
3. kinnitan, et lihtlitsentsi andmisega ei rikuta teiste isikute intellektuaalomandi ega isikuandmete kaitse seadusest tulenevaid õigusi.

Tartus, **03.06.2014**